1. Modelo walrasiano de competencia perfecta

Walras (*Elementos de economía política pura*, 1874) funda la teoría del equilibrio general sobre la competencia perfecta, que buscaba justificar como mecanismo de asignación óptimo. Los mercados de bienes y de factores se analizan conjuntamente, y un vector de precios que cada agente toma como dado coordina las decisiones hasta vaciar todos los mercados a la vez.

1.1. Supuestos

Metodología: equilibrio general, con n mercados de bienes y factores interrelacionados que se analizan simultáneamente.

Entorno: no hay fallos de mercado: ni externalidades, ni bienes públicos, ni poder de mercado, ni costes de transacción ni rigideces. Los precios, salarios y tipos de interés son flexibles y la información es perfecta. Los consumidores poseen las dotaciones de bienes y factores y las empresas.

Agentes: consumidores que maximizan su utilidad y empresas que maximizan su beneficio, todos numerosos y precio-aceptantes. No hay sector público.

Tecnología: cada empresa produce un único bien homogéneo y divisible, $x = f(\mathbf{z})$, con rendimientos estrictamente decrecientes, y las empresas de un mercado comparten tecnología, lo que garantiza la ley del precio único. Con rendimientos decrecientes, los pagos de los factores no agotan el producto y los beneficios son positivos, pero la frontera de posibilidades de producción sigue siendo cóncava.

Mercado de factores: es también perfecto, la oferta de factores procede de las dotaciones de los consumidores y sus precios se determinan en el equilibrio. Formalmente, $\partial p/\partial x = 0$ y $\partial p_l^z/\partial z_l = 0$.

1.2. Modelo descentralizado con producción

1.2.1. Demanda: consumidores

Planteamiento: con preferencias racionales, monótonas, continuas y estrictamente convexas, y utilidades independientes, el consumidor h maximiza su utilidad sujeto a una renta **endógena**, que suma el valor de sus dotaciones de bienes y de factores y sus participaciones en los beneficios:

$$\max_{\mathbf{x}^h} \; u^h(\mathbf{x}^h) \quad \text{s.a.:} \; \sum_i p_i x_i^h \leq \sum_i p_i x_{i0}^h + \sum_l p_l^z z_{l0}^h + \sum_f \alpha_f^h \pi^{f*}$$

La renta tiene tres fuentes: la *renta dotacional de bienes*, valor de mercado de sus dotaciones iniciales; la *renta dotacional de factores*, y la *renta de las participaciones* en los beneficios de las empresas, con $\sum_h \alpha_f^h = 1$.

CPO: la relación marginal de sustitución, u_i'/u_j', valoración subjetiva de cada consumidor que varía de uno a otro y de una cesta a otra, iguala el precio relativo, tasa objetiva y común a la que el mercado permite intercambiar los bienes. Si fuesen distintas, reasignar el gasto mejoraría la utilidad. Derivando el lagrangiano y eliminando el multiplicador:

$$\frac{u_i'}{u_j'} = \frac{p_i}{p_j}, \qquad \forall\, i \neq j, \quad \forall\, h = 1, \ldots, H$$

CSO: la cuasiconcavidad estricta de la utilidad hace suficiente la CPO y única la demanda.

Solución: cada consumidor obtiene una demanda homogénea de grado cero en precios y renta, sin ilusión monetaria. Como la renta es el valor de las dotaciones a los precios vigentes, la demanda de mercado, suma horizontal de las individuales, depende solo del vector de precios y es homogénea de grado cero en él:

$$D_i(p) = \sum_h x_i^h(p, M_0^h)$$

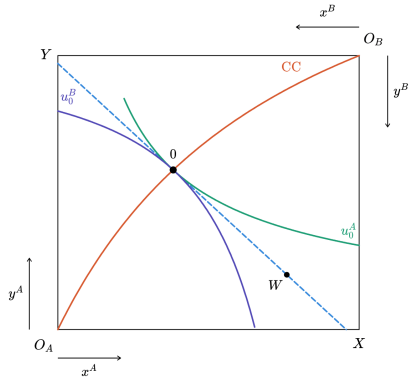
Equilibrio: como todos afrontan el mismo precio relativo, todos igualan su RMS a él:

$$\text{RMS}_{ji}^A = \frac{p_i}{p_j} = \text{RMS}_{ji}^B$$

La condición se generaliza a H consumidores. El vector de precios es así un **mecanismo de coordinación**, pues obliga a todos a ajustar sus valoraciones a una misma tasa objetiva, y sin precios comunes no habría razón para que las RMS se igualaran.

Desarrollo gráfico: en la caja de Edgeworth-Bowley, cuyas dimensiones son las dotaciones totales, las cantidades de A se miden desde O_A y las de B desde el vértice opuesto, O_B, de modo que cada punto es un reparto factible. La recta presupuestaria común pasa por la dotación inicial W con pendiente $-p_x/p_y$. En el equilibrio es tangente a la vez a las curvas de indiferencia de ambos consumidores, en un punto de la curva de contratos. La curva de contratos une las tangencias entre las curvas de indiferencia, los repartos en los que las RMS coinciden, y el vector de precios selecciona ese punto entre las infinitas asignaciones factibles.

Bienestar: la igualdad de las RMS es la condición de eficiencia en el consumo. Llevando la curva de contratos al plano de utilidades se obtiene la **frontera de posibilidades de utilidad**, que da la máxima utilidad de A para cada nivel de utilidad de B. Tiene pendiente negativa, porque sobre la curva de contratos mejorar a uno exige empeorar al otro, y el punto que alcanza el equilibrio depende de la dotación inicial, que fija la renta de cada consumidor. En cada punto de la curva de contratos, la RMS común indica el precio relativo que sostendría ese reparto como equilibrio competitivo.



Equilibrio del consumo en la caja de Edgeworth-Bowley, dadas la dotación inicial y los precios.

1.2.2. Oferta: empresas

Planteamiento: con rendimientos estrictamente decrecientes y sin externalidades, cada empresa elige los factores que maximizan su beneficio:

$$\max_{\mathbf{z}^f} \; \pi^f = p_i\, f_i(\mathbf{z}^f) - \sum_l p_l^z z_l^f$$

CPO: tres condiciones equivalentes:

$$p_i\, \text{Pmg}_l^f = p_l^z$$

$$\text{RMST}_{kl}^f = \frac{\text{Pmg}_l^f}{\text{Pmg}_k^f} = \frac{p_l^z}{p_k^z}$$

$$\text{Img}_i = \text{Cmg}_i \iff p_i = \frac{p_l^z}{\text{Pmg}_l^f} = \text{Cmg}_i$$

1. *Maximización del beneficio*: cada factor se contrata hasta que el valor de su productividad marginal iguala su precio. Mientras la última unidad aporte más de lo que cuesta, conviene contratar más.
2. *Minimización del coste*: la relación marginal de sustitución técnica iguala el precio relativo de los factores. Si no, reasignar factores abarataría la misma producción.
3. *Regla de precios*: el ingreso marginal, que para una empresa precio-aceptante es el precio, iguala el coste marginal, la condición estándar de oferta competitiva.

CSO: la concavidad estricta de la producción hace suficientes las CPO.

Solución: la oferta y las demandas de factores son únicas, continuas y homogéneas de grado cero en precios, y sumadas dan la oferta de mercado y la demanda de cada factor. Las de cada empresa se reúnen en el vector de producción neta, positivo en el bien y negativo en los factores. El beneficio se escribe entonces $\pi^f = \mathbf{p} \cdot \mathbf{y}^f$, y el exceso de demanda suma en una sola expresión la oferta de bienes y la demanda de factores de las empresas.

Equilibrio: con un precio relativo de los factores común, todas las empresas igualan su RMST:

$$\text{RMST}_{KL}^1 = \frac{w}{r} = \text{RMST}_{KL}^2$$

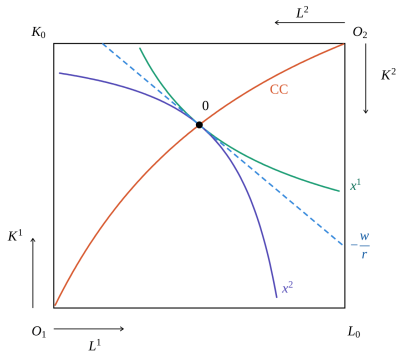
El precio relativo w/r coordina así a todas las empresas.

Desarrollo gráfico: en la caja de factores, cuyas dimensiones son las dotaciones totales de trabajo y capital, la recta isocoste común es tangente a la vez a las isocuantas de ambas empresas, en un punto de la curva de contratos de la producción.

Bienestar: es la condición de eficiencia en la producción. Llevada la curva de contratos al plano de bienes, se obtiene la **frontera de posibilidades de producción**, cóncava, cuya pendiente es la relación marginal de transformación, $\text{RMT}_{yx} = \text{Cmg}_x/\text{Cmg}_y$, el coste de oportunidad de x en unidades de y. Como el precio iguala el coste marginal, en equilibrio $\text{RMT}_{yx} = p_x/p_y$, y la producción es, así, el punto de la frontera tangente a la recta isoingreso más alejada del origen.

1.2.3. Ajuste del sistema

Exceso de demanda: a un vector de precios cualquiera, los planes de unos y otros no tienen por qué ser compatibles. La discrepancia, $Z_i(p)$, es la demanda de mercado menos la producción neta de las empresas y las dotaciones. Es una función, y no una correspondencia, continua para precios positivos y homogénea de grado cero, de modo que solo se determinan precios relativos. La teoría no le impone una pendiente general,



Equilibrio en la producción: la isocoste común es tangente a las isocuantas de ambas empresas.

pero si todos los bienes son **sustitutivos brutos**, $\partial Z_i/\partial p_j > 0$ para $j \neq i$, el equilibrio es único y estable. Formalmente, con $Z_i(kp) = Z_i(p)$ para todo $k > 0$:

$$Z_i(p) = \sum_{h=1}^{H} x_i^h(p) - \left(\sum_{f=1}^{F} y_i^f(p) + \sum_{h=1}^{H} x_{i0}^h \right)$$

Integrabilidad: no hereda la simetría ni la ley de la demanda compensada. Por el teorema de **Sonnenschein, Mantel y Debreu** (1972-1974), cualquier función continua, homogénea de grado cero y que cumpla la ley de Walras es, lejos de los precios nulos, la de alguna economía de intercambio con al menos tantos consumidores como bienes, de modo que no puede tratarse como la de un consumidor representativo. Además, solo es observable en el equilibrio, porque fuera de él recoge demandas y ofertas nocionales.

Bienes escasos y libres: si el bien es escaso, el exceso de demanda corta el eje en un precio positivo y, si es decreciente, hay exceso de demanda por debajo de ese precio y de oferta por encima. Si es libre, hay exceso de oferta incluso a precio nulo, y su precio de equilibrio debe ser cero. Si los productores pueden eliminar sin coste el exceso de producción, estos bienes se incorporan al modelo.

Ley de Walras (1874): el valor de los excesos de demanda es nulo para cualquier vector de precios, no solo en equilibrio, porque cada consumidor gasta exactamente su renta:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i Z_i(p) = 0$$

Los mercados están interconectados, pues lo que se gasta en uno deja de gastarse en otro. De ahí cuatro corolarios:

1. *Excesos compensadores*: un exceso en un mercado implica otro de signo contrario en otro.
2. *Precios relativos*: con $n-1$ ecuaciones independientes solo se determinan precios relativos, y un bien se toma como **numerario**.
3. *El dinero es un velo*: en esta economía de trueque, el numerario es solo unidad de cuenta.
4. *Economía abierta*: $\sum_i p_i Z_i(p) = -\mathrm{BC}$: un exceso de demanda interna se cubre con importaciones netas, y en el modelo de dos países basta vaciar un mercado para obtener la relación real de intercambio. Esa relación es la pendiente de la recta por el origen sobre la que son compatibles las ofertas de exportación y las demandas de importación de ambos países. Si $\mathrm{BC} = 0$, hay equilibrio externo.

Tâtonnement: en la reconstrucción habitual, un subastador ficticio guía la economía antes de cualquier transacción:

1. Anuncia un vector de precios.
2. Los agentes calculan sus demandas y ofertas nocionales a esos precios.
3. El subastador observa los excesos en cada mercado.
4. Si algún mercado no se vacía, no hay transacciones: sube los precios con exceso de demanda y baja los de exceso de oferta.
5. Repite hasta vaciar todos los mercados, y solo entonces se ejecutan las transacciones.

A diferencia del ajuste marshalliano vía cantidades, el ajuste es simultáneo, vía precios, y las demandas nocionales coinciden con las efectivas. Esta propiedad se pierde con rigideces de precios, punto de partida de los neokeynesianos del desequilibrio. Formalmente, el subastador transforma precios normalizados en precios normalizados:

$$T_i(p') = \frac{\max\{p'_i + \lambda_i Z_i(p'),\ 0\}}{\sum_{j=1}^{n} \max\{p'_j + \lambda_j Z_j(p'),\ 0\}}$$

El equilibrio es un **punto fijo**, $T(p^*) = p^*$, lo que conecta el subastador con la prueba de existencia. En la regla, $\lambda_i > 0$ es la velocidad de ajuste y el operador máx impide precios negativos. Si $Z_i > 0$, el precio sube, y si $Z_i < 0$, baja.

1.2.4. Equilibrio general competitivo

Definición: el **equilibrio general competitivo** es el vector de precios p^* en el que se detiene el ajuste, con el que consumidores y empresas optimizan y todos los mercados se vacían. En cada mercado hay una demanda, una oferta y una condición de equilibrio, con precios y cantidades como incógnitas, de modo que el equilibrio es la solución de un sistema de ecuaciones simultáneas. Que haya tantas ecuaciones como incógnitas no basta, porque las ecuaciones deben ser independientes, y, por la ley de Walras, una es redundante. Se expresa de dos formas:

– *Igualación de valoraciones*: la valoración subjetiva de los consumidores iguala el precio relativo, y este, el coste de oportunidad de producir:

$$\mathrm{RMS}_{ji}(p^*) = \frac{p_i^*}{p_j^*} = \frac{\mathrm{CT}'_i}{\mathrm{CT}'_j} = \mathrm{RMT}_{ji}(p^*)$$

– *Ausencia de excesos*: los mercados de bienes escasos se vacían y los bienes libres, con precio nulo, admiten excesos de oferta: $Z_i^* \leq 0$, $p_i^* \geq 0$, $p_i^* Z_i^* = 0$. El ajuste ante excesos se supone instantáneo.

El equilibrio se caracteriza, así, por cuatro condiciones: los consumidores maximizan su utilidad y las empresas su beneficio dados los precios, todos los mercados se vacían a la vez y solo se determinan precios relativos, con un bien como numerario. La triple igualdad sintetiza la eficiencia del sistema competitivo. En el modelo $2 \times 2 \times 2 \times 2$, con dos bienes, dos factores, dos empresas y dos consumidores, hay 14 incógnitas y 14 ecuaciones.

En suma, el modelo integra las decisiones de consumidores y empresas y muestra que un vector de precios puede coordinarlas a la vez. Las funciones de exceso de demanda conservan la continuidad y la homogeneidad y cumplen la ley de Walras, aunque no heredan el resto de la estructura de las demandas (SMD), lo que permite plantear la existencia, la unicidad y la estabilidad. Pero el *tâtonnement* es una ficción, el modelo es estático y con mercados completos, y descansa en la convexidad y en la ausencia de fallos.

2. Análisis del equilibrio

Definido el equilibrio, se pregunta si existe, si es único y si es estable, y después si es eficiente.

2.1. Análisis positivo

2.1.1. Existencia: punto fijo de Brouwer

Origen: Walras se limitó a contar ecuaciones e incógnitas, lo que no garantiza la existencia. La prueba definitiva se debe a Arrow y Debreu (1954), que se apoyaron en la teoría de juegos, con preferencias y conjuntos de producción convexos, y Debreu (1959) la extendió a la incertidumbre.

Idea: por el **teorema del punto fijo de Brouwer** (1912), toda función continua de un conjunto no vacío, cerrado, acotado y convexo de $\mathbb{R}^n$ en sí mismo tiene un punto fijo, $f(x^*) = x^*$. Basta aplicarlo a la función del subastador. El teorema es condición suficiente para la existencia, porque el punto fijo $T(p^*) = p^*$ equivale al vaciado de todos los mercados de bienes escasos.

Razonamiento: la existencia se demuestra en tres pasos:

1. *Precios*: como solo importan los relativos, se normalizan para que sumen uno, $p'_i = p_i / \sum_j p_j$, con al menos un bien escaso. Mantienen sus valores relativos y cada uno está en $[0,1]$, de modo que el conjunto está acotado, y es cerrado y convexo porque lo definen una igualdad y desigualdades débiles. En símbolos, $p'_i/p'_j = p_i/p_j$ y $\sum_i p'_i = 1$.
2. *Continuidad*: para los bienes libres la demanda podría ser infinita. La **saciabilidad condicional**, según la cual los consumidores se sacian de todo salvo de algún bien escaso, la hace finita y la función del subastador, continua.
3. *Punto fijo*: para un bien libre, como $p_i^* = 0$, el punto fijo exige $\lambda_i Z_i(p^*) \leq 0$, es decir, exceso de oferta o equilibrio. Para uno escaso, la ley de Walras obliga a que el denominador de T valga uno, y el punto fijo se reduce a $Z_i(p^*) = 0$, el vaciado del mercado.

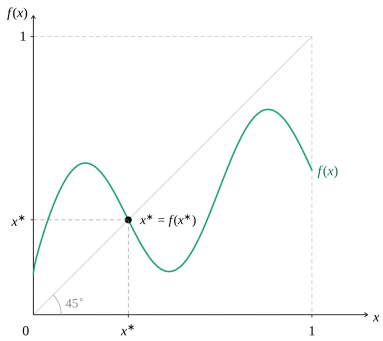
Desarrollo gráfico: una función continua de $[0,1]$ en sí mismo que parte de la bisectriz o de encima y llega a ella o a debajo corta necesariamente la bisectriz en un punto fijo. La misma lógica vale para el exceso de demanda. Si es continuo, para pasar de exceso de oferta a exceso de demanda tiene que cruzar el eje.

Conclusiones: prueba la coherencia lógica del sistema walrasiano con el mismo argumento de punto fijo que el equilibrio de Nash. Pero solo prueba la existencia, sin decir cuántos equilibrios hay ni si se alcanzan, y excluye los rendimientos crecientes y las indivisibilidades.

2.1.2. Unicidad

La unicidad importa porque, con equilibrios múltiples, la estática comparativa pierde su punto de referencia. Dos teoremas dan condiciones suficientes:

Teorema de la preferencia revelada: si el exceso de demanda agregado cumple el ADPR, según el cual si $Z(p) \neq Z(p')$ y $pZ(p') \leq 0$, entonces $p'Z(p) > 0$, el conjunto de equilibrios es convexo, porque toda



Existencia: toda función continua del simplex en sí mismo tiene un punto fijo (Brouwer).

combinación convexa de dos equilibrios es otro equilibrio. Si además están aislados, el equilibrio es único. En efecto, si p^1 y p^2 son equilibrios y su combinación convexa no lo fuese, el ADPR haría positivos los dos sumandos de su ley de Walras, que debe valer cero.

Teorema de los sustitutivos brutos: si todos los bienes son sustitutivos brutos en sentido estricto, el equilibrio es único. Con dos bienes, si p_2 baja respecto al equilibrio, hay exceso de oferta del bien 1 y, por la ley de Walras, exceso de demanda del 2. Con sustitutivos brutos, la homogeneidad de grado cero implica $\partial Z_i/\partial p_i < 0$.

Equilibrios múltiples: con efectos renta intensos, rendimientos crecientes u ofertas de trabajo de pendiente negativa, la función de exceso de demanda corta el eje varias veces: con sustitutivos brutos lo corta una sola vez, en p^*, y sin ellos puede cortarlo en p^1, p^2 y p^3. En la oferta de trabajo, la pendiente negativa aparece cuando el efecto renta domina al efecto sustitución a salarios altos.

Conclusiones: dan la unicidad y, con ella, la referencia de la estática comparativa. Pero son muy restrictivos: el ADPR agregado exige casos como preferencias homotéticas idénticas, y la sustituibilidad bruta excluye la complementariedad bruta y que dominen los efectos renta.

2.1.3. Estabilidad

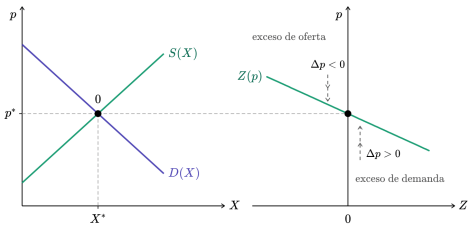
Definición: el equilibrio es estable si, tras una perturbación, el ajuste lo devuelve a él, $\lim_{t\to\infty} p(t) = p^*$; globalmente, desde cualquier vector inicial, o localmente, en su entorno. En un mercado aislado exige $\partial Z_i/\partial p_i < 0$ cerca de p^*.

Función de distancia: con dos bienes, sustitutivos brutos y la regla $\dot{p}_i = \lambda_i Z_i(p)$, la distancia al equilibrio cae monótonamente:

$$\Phi = \frac{(p_1(t)-p_1^*)^2}{2\lambda_1} + \frac{(p_2(t)-p_2^*)^2}{2\lambda_2}, \qquad \frac{d\Phi}{dt} < 0$$

El equilibrio es estable en sentido walrasiano (Arrow et al., 1959).

Desarrollo gráfico: si el exceso de demanda decrece con el precio, por encima de p^* hay exceso de oferta y el subastador baja el precio, y por debajo lo sube, de modo que el precio vuelve a p^*. Si crece, por encima de p^* hay exceso de demanda y el precio sigue subiendo, y por debajo sigue bajando, con lo que el tanteo aleja el precio del equilibrio, que es inestable. En el plano cantidad-precio, la oferta y la demanda se cortan en p^*, y $Z(p)$ recoge su diferencia a cada precio.



Estabilidad walrasiana: el subastador sube el precio con exceso de demanda y lo baja con exceso de oferta.

Conclusiones: con sustitutivos brutos, el *tâtonnement* converge de forma monótona y permite la estática comparativa. Pero sin ellos la estabilidad no está garantizada (Scarf, 1960), y descansa en un subastador ficticio.

2.2. Optimalidad de Pareto

Definición: una asignación es **eficiente en el sentido de Pareto** si no hay otra factible que mejore a alguien sin empeorar a otro. Tiene tres dimensiones, que no involucran precios:

- *Consumo*: en la curva de contratos, $\text{RMS}^A_{yx} = \text{RMS}^B_{yx}$. Fuera de ella, las curvas de indiferencia se cortan y encierran una "lente" de mejoras para ambos. Sobre ella, mejorar a uno empeora al otro.
- *Producción*: $\text{RMST}^1_{KL} = \text{RMST}^2_{KL}$, de modo que no se puede producir más de un bien sin reducir el otro.
- *Global*: además, la combinación de producto es eficiente, $\text{RMS}_{ji} = \text{RMT}_{ji}$. La RMS, tasa a la que los consumidores intercambian bienes, iguala así la RMT, tasa a la que la economía puede transformar un bien en otro.

2.2.1. Primer teorema del bienestar

Teorema: con preferencias localmente no saciables y sin fallos de mercado, todo equilibrio competitivo es eficiente en el sentido de Pareto. El teorema formaliza la *mano invisible* de Smith, aunque se refiere a la optimalidad paretiana y no a la social. Exige mercados completos y agentes precio-aceptantes, pero no convexidad.

Demostración: como todos los agentes afrontan los mismos precios, cada condición de equilibrio implica la de eficiencia, en el consumo, en la producción y en la combinación de producto:

$$\text{RMS}^A_{yx} = \frac{p_x}{p_y} = \text{RMS}^B_{yx} \;\Rightarrow\; \text{RMS}^A_{yx} = \text{RMS}^B_{yx}$$

$$\text{RMST}^1_{KL} = \frac{w}{r} = \text{RMST}^2_{KL} \;\Rightarrow\; \text{RMST}^1_{KL} = \text{RMST}^2_{KL}$$

$$\text{RMS}_{ji} = \frac{p_i}{p_j} = \text{RMT}_{ji} \;\Rightarrow\; \text{RMS}_{ji} = \text{RMT}_{ji}$$

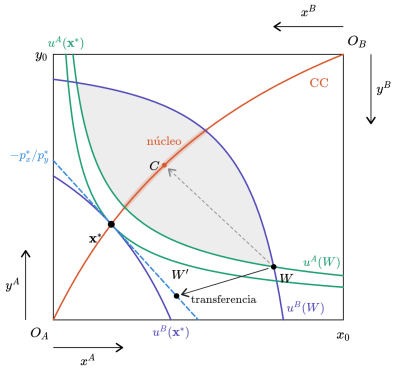
El equilibrio selecciona así necesariamente una asignación Pareto-eficiente, sobre la curva de contratos. Cuando cada agente persigue lo que más le conviene orientado solo por los precios, nadie puede ganar sin que otro pierda, y los precios, mecanismo de coordinación, resultan ser también el vehículo de la eficiencia.

Corolarios: el equilibrio es eficiente, aunque puede no ser equitativo; el mercado alcanza por sí solo un óptimo de Pareto; a cada agente le basta conocer los precios, y los fallos de mercado pueden justificar la intervención.

2.2.2. Segundo teorema del bienestar

Teorema: con preferencias y conjuntos de producción convexos, cualquier óptimo de Pareto puede alcanzarse como equilibrio competitivo redistribuyendo las dotaciones con transferencias de suma fija.

Demostración: el primer teorema sitúa el equilibrio en la curva de contratos, pero el punto depende de la dotación inicial. Desplazarla mueve la recta presupuestaria y selecciona otro punto de la curva. El Gobierno podría elegir la distribución de bienestar deseada, redistribuir las dotaciones *ex ante* y dejar que la competencia alcance esa asignación. La convexidad garantiza que la tangente común a las curvas de nivel sea una recta de precios que sostiene el óptimo como equilibrio.



Segundo teorema fundamental del bienestar.

Corolarios: la *separación entre eficiencia y equidad*, porque basta redistribuir *ex ante* y dejar actuar al mercado, y la *planificación de Lange-Lerner*, que con precios sombra alcanzaría los mismos resultados.

Objeciones: las transferencias de suma fija exigen una información que ningún gobierno tiene, los impuestos reales distorsionan y, según Hayek, la planificación exigiría costes de información muy elevados. La tensión entre ambos teoremas, eficiencia sin equidad en el primero y redistribución previa en el segundo, define el marco normativo del equilibrio general, pero juntos son un **ideal regulativo** más que una prescripción.

En suma, el equilibrio existe, pero su unicidad y su estabilidad exigen condiciones restrictivas, como la sustituibilidad bruta. Con precios comunes es eficiente, y con convexidad cualquier óptimo es alcanzable, aunque con transferencias inviables. El análisis supone, además, un subastador ficticio y una economía sin dinero ni incertidumbre.

3. Extensiones y aplicaciones

El modelo admite otros procesos de ajuste, la introducción del dinero y de la incertidumbre, y aplicaciones computables.

3.1. Procesos de ajuste sin subastador

3.1.1. Ajuste vía cantidades (Marshall, 1890)

Idea: Marshall (*Principles of Economics*, 1890) analiza el ajuste de un mercado aislado desde la producción. Los productores, y no un subastador, amplían la producción si el precio de demanda, lo que los

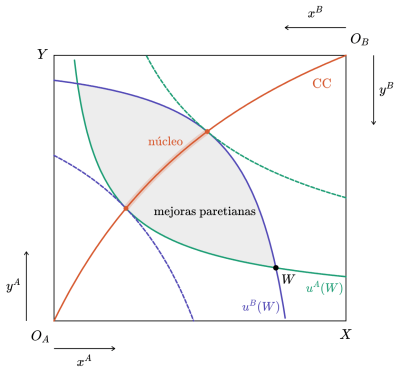
consumidores están dispuestos a pagar por la cantidad corriente, supera al de oferta, el coste marginal, y la reducen en caso contrario. El ajuste es gradual, mercado a mercado y con transacciones a precios de desequilibrio.

Conclusiones: se adapta a los mercados industriales, pero es de equilibrio parcial y, con oferta y demanda de pendiente del mismo signo, su criterio de estabilidad es el contrario del walrasiano.

3.1.2. Caja de Edgeworth-Bowley (1881; 1924)

Idea: Edgeworth (*Mathematical Psychics*, 1881) introduce las curvas de indiferencia y la curva de contratos en el intercambio entre dos agentes, representadas en la caja que dibujó Pareto en 1906 y popularizó Bowley en 1924. Sin precios ni subastador, dos agentes intercambian hasta agotar las ganancias mutuas.

Razonamiento: desde una dotación W fuera de la curva de contratos, las curvas de indiferencia que pasan por ella encierran una lente de intercambios beneficiosos. La negociación termina en el tramo de la curva de contratos dentro de la lente, pero el punto depende del poder de negociación y el resultado es indeterminado. La caja recoge las asignaciones factibles, con $x^A + x^B = X$ e $y^A + y^B = Y$.



Negociación en la caja de Edgeworth-Bowley: el núcleo es el tramo de la curva de contratos dentro de la lente.

Conclusiones: el intercambio voluntario alcanza la eficiencia sin precios, y la caja es la herramienta gráfica básica del equilibrio general. Pero el resultado es indeterminado y solo admite dos agentes y dos bienes.

3.1.3. Núcleo (Debreu y Scarf, 1963)

Idea: Edgeworth (1881) conjeturó que el tramo alcanzable se reduce al crecer el número de agentes. Con coaliciones y acuerdos vinculantes, el **núcleo** es el conjunto de asignaciones que ninguna coalición puede bloquear, de modo que todas son individualmente racionales y Pareto-eficientes. Es individualmente racional si no la bloquea ningún agente aislado, y Pareto-eficiente si no la bloquea la coalición de todos.

Razonamiento: Debreu y Scarf (1963) demuestran que, si se replica la economía indefinidamente, el núcleo converge a las asignaciones de equilibrio competitivo, y la asignación walrasiana siempre pertenece a él.

Conclusiones: valida la competencia perfecta en un entorno más general y natural, porque, aunque Walras es menos realista que Edgeworth, en el límite los resultados coinciden, y ningún grupo desearía retirarse a comerciar entre sus miembros. Los precios competitivos surgen de la negociación entre muchos agentes, sin subastador. Pero el resultado es asintótico y supone coaliciones sin coste. Con pocos agentes, además, el núcleo puede ser amplio.

3.2. Equilibrio general con dinero

Modelos: los *no monetarios* prescinden del dinero o lo tratan como un bien más; los *monetarios* le dan naturaleza propia, como el dinero fiduciario de las economías actuales. La tradición neoclásica mantiene el dinero fuera de la economía real, mientras que las posteriores, generalmente keynesianas o poskeynesianas, lo integran en ella.

Dicotomía clásica: la tradición neoclásica añade el dinero con los saldos de caja de Cambridge, como una fracción $k \in (0,1)$ del valor de las dotaciones, el inverso de la velocidad de circulación:

$$m^{d,h} = k\left(\sum_i p_i x^h_{i0} + \sum_l p^z_l z^h_{l0}\right)$$

Agregando, $M^d = k \cdot PY$, y el vaciado del mercado monetario fija el nivel absoluto de precios sin alterar los relativos. Pero, si los excesos de demanda de bienes dependen solo de los precios relativos, la ley de Walras, $Z_M = -\sum_i p_i Z_i(\mathbf{p})$, hace que, vaciados los bienes, el mercado de dinero se vacíe para cualquier nivel de precios, mientras que $kPY = M^s$ solo se cumple en uno: la dicotomía es inconsistente.

Patinkin (1956): incorpora el **efecto saldos reales**. Los saldos M/P entran en la utilidad, de modo que un cambio de precios altera la riqueza real y las demandas de bienes. Define el nivel de precios como media ponderada y expresa todos los excesos de demanda, de bienes y de dinero, en precios deflactados:

$$P = \sum_i \omega_i p_i, \qquad \omega_i \in (0,1), \quad \sum_i \omega_i = 1$$

$$Z_i = f_i\left(\frac{p_1}{P}, \frac{p_2}{P}, \dots, \frac{M}{P}\right), \qquad i = 1, \dots, n+1$$

Con $n+2$ ecuaciones, una redundante por la ley de Walras, y $n+1$ incógnitas, se determinan los precios absolutos. Todas las funciones son homogéneas de grado cero en precios y dinero, con lo que la neutralidad del dinero es compatible con el abandono de la dicotomía. Multiplicar cada precio y M por un mismo factor no altera los precios relativos ni los saldos reales.

Extensiones: Patinkin observó que, si el dinero no reporta utilidad, nadie mantendría saldos, y que con información perfecta y sin costes de transacción los agentes intercambiarían sin dinero. El dinero solo tiene un papel sustantivo con fricciones, como la incertidumbre, los costes de transacción o las asimetrías de información, que se modelizan con el dinero en la utilidad, la restricción *cash-in-advance*, las generaciones solapadas o la búsqueda. Estas ideas inspiraron a los neokeynesianos del desequilibrio y a la nueva economía keynesiana, que modeló explícitamente las rigideces nominales y las fricciones de mercado.

Conclusiones: integra el dinero en el sistema walrasiano y pasa a la síntesis neoclásica. Pero el dinero en la utilidad es un atajo que postula su demanda sin derivarla de las fricciones, y el efecto saldos reales es débil en la práctica, porque exige caídas de precios muy intensas.

3.3. Incertidumbre (Arrow-Debreu)

Idea: Arrow (1953) y Debreu (*Theory of Value*, 1959) llevan el modelo a un mundo en el que los bienes de mañana dependen de un estado de la naturaleza que nadie controla, y muestran que basta redefinir los bienes: un mismo bien en fechas o estados de la naturaleza distintos son **bienes contingentes** distintos, definidos por su especificación física, su fecha y su estado.

Razonamiento: Debreu prueba la existencia con mercados completos, uno por bien contingente, y preferencias convexas, que con utilidad esperada equivalen a aversión al riesgo, además de los axiomas de preferencias del caso con certidumbre. Arrow, en una economía de intercambio, muestra que no hace falta un mercado por bien contingente: basta un título por estado de la naturaleza, pagadero en dinero, más mercados al contado tras conocerse el estado. Hacen falta así $S + C$ mercados y no $S \times C$, con S estados y C bienes. Ampliar la lista de bienes no altera los conjuntos de producción, porque la empresa maximiza el beneficio valorado a los precios de los bienes contingentes, sin considerar probabilidades.

Conclusiones: extiende la existencia y la eficiencia a la incertidumbre sin nuevos instrumentos y es el marco de referencia de la asignación del riesgo. Pero ninguna economía tiene mercados completos, y el modelo supone información común, sin riesgo moral ni selección adversa. Si la estructura informacional cambia entre periodos, los mercados se reabrirían, y el modelo exige que se abran y cierren definitivamente en el periodo inicial.

3.4. Aplicaciones

Desde los años setenta, tras el algoritmo de Scarf (1967), los **modelos de equilibrio general computable** llevan la teoría a la práctica:

- *Crecimiento*: modelos de horizonte infinito y de generaciones solapadas, que aplican el marco a las decisiones de consumo, ahorro e inversión a lo largo del tiempo.
- *Comercio internacional*: el impacto de las barreras comerciales sobre los salarios reales y el bienestar, como en los estudios del TLCAN y del TTIP, y la evaluación *ex ante* de los acuerdos de integración.
- *Política tributaria*: el impacto de los cambios impositivos y de las transferencias sobre el conjunto de la economía.
- *Política medioambiental*: los efectos de las políticas de reducción de emisiones sobre todos los sectores a la vez, como en el modelo GREEN de la OCDE (1992), con fundamento en la corrección de externalidades.
- *Planificación regional*: costes de transporte y movilidad laboral, como en la nueva economía geográfica.
- *Modelos institucionales*: DSGE como QUEST, de la Comisión Europea, o el NAWM, del BCE, frente a modelos macroeconométricos como el NiGEM, del NIESR, que no es un modelo de equilibrio general en sentido estricto.