## 1. Efectos vía gasto público no productivo y gravamen

El análisis parte del modelo IS-LM, que sirve de antecedente, y pasa después a las perspectivas de la nueva macroeconomía clásica y de la nueva economía keynesiana.

### 1.1. Antecedentes: el modelo IS-LM

#### 1.1.1. Efectos de la política fiscal

**Idea**: a corto plazo, con precios fijos, la renta la determina la demanda agregada, y una expansión fiscal desplaza la IS a la derecha con dos efectos.

**Efecto multiplicador**: el mayor gasto, o los menores impuestos, elevan la renta a través del multiplicador. Con la función de consumo keynesiana, $C = C_0 + c(Y - T_0)$:

- El multiplicador del gasto, a tipo de interés constante, es $1/(1-c) > 1$, y el de los impuestos, $-c/(1-c)$, menor en valor absoluto porque una rebaja solo eleva la demanda en la parte de la renta que se consume. Ambos dependen de la teoría del consumo, y la renta permanente y el ciclo vital los reducen.
- El **multiplicador del presupuesto equilibrado**, suma de ambos, es la unidad (Haavelmo, 1945).
- En el IS-LM, cuando el tipo de interés se ajusta, el multiplicador es menor, por el efecto expulsión:

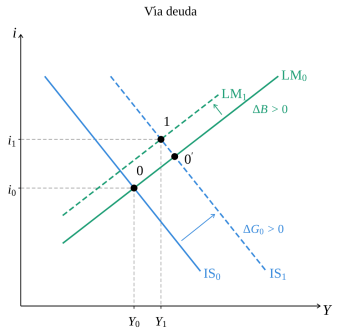
$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{1}{1 - c + vk/h}$$

**Efecto expulsión**: la mayor renta eleva la demanda de dinero por transacción, los agentes venden bonos, su precio cae y sube el tipo de interés, lo que expulsa gasto privado. Es decir, $\downarrow B^d \rightarrow \downarrow P_B \rightarrow \uparrow i$.

**Otros efectos**: en economía abierta, el desbordamiento hacia las importaciones reduce el multiplicador. Según la financiación:

- *Impuestos*: reducen el multiplicador, pero no lo anulan, porque el del presupuesto equilibrado es positivo.
- *Deuda*: añade el **efecto cartera**. La mayor oferta de bonos eleva la rentabilidad exigida y desplaza la LM a la izquierda, con más expulsión.
- *Emisión de dinero*: añade el **efecto liquidez**, que desplaza la LM a la derecha y evita la expulsión, aunque para los monetaristas se diluye a largo plazo.

**Desarrollo gráfico**: en el plano $(Y, i)$, la expansión desplaza la IS de $\text{IS}_0$ a $\text{IS}_1$ y eleva la renta y el tipo. Con deuda, la mayor oferta de bonos desplaza además la LM a la izquierda y el tipo sube aún más, con más expulsión.




Financiación vía deuda: la expansión fiscal expulsa parcialmente la inversión.

#### 1.1.2. Debate

La importancia de cada efecto depende de las pendientes de las curvas, es decir, de cuánto responden al tipo de interés la inversión, $v$, y la demanda de dinero, $h$. En el multiplicador del IS-LM, $k$ es la sensibilidad de la demanda de dinero a la renta.

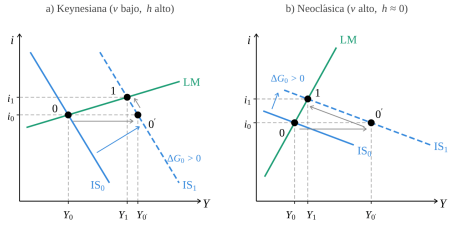
**Perspectiva keynesiana**: la inversión, gobernada por los instintos animales, apenas responde al tipo, IS rígida, y el motivo especulación hace muy elástica la LM, hasta la trampa de liquidez. La política fiscal es muy efectiva: multiplicador elevado, expulsión reducida y multiplicador del gasto superior a la unidad.

**Perspectiva neoclásica**: el gasto privado reacciona con fuerza al tipo real, IS elástica, y la demanda de dinero, con muchos sustitutivos, es rígida, $h \approx 0$. La política fiscal es poco efectiva: multiplicador reducido, expulsión total o casi total y multiplicador del gasto inferior a la unidad.

**Desarrollo gráfico**: a tipo constante, el multiplicador llevaría la economía del punto 0 al 0 , pero la subida del tipo la devuelve al punto 1. En la perspectiva keynesiana, la subida apenas reduce la inversión y $Y_1$ queda cerca de $Y_{0'}$, y en la neoclásica expulsa casi tanta inversión como gasto añade y $Y_1$ apenas supera a $Y_0$.

### 1.2. Perspectiva NMC: ciclo real con sector público

**Idea**: la lectura neoclásica del IS-LM se formaliza hoy con un modelo del ciclo real ampliado con sector público, en la línea de Baxter y King




Expansión fiscal en el IS-LM según las pendientes: la expulsión, de $Y_{0'}$ a $Y_1$, es pequeña en la perspectiva keynesiana (a) y casi total en la neoclásica (b).

(1993).

#### 1.2.1. Supuestos

**Entorno**: economía cerrada con *shocks* tecnológicos y fiscales, horizonte infinito, competencia perfecta, mercados completos y plena flexibilidad de precios, salarios y tipo de interés.

**Agentes**: muchos agentes idénticos con expectativas racionales y vida infinita, es decir, con altruismo intergeneracional perfecto. El sector público realiza gasto no productivo, recauda impuestos de suma fija y financia su déficit con deuda, de modo que los impuestos no distorsionan la elección consumo-ocio, aunque la afectan por el efecto riqueza.

**Tecnología**: Cobb-Douglas con progreso técnico neutral en el sentido de Hicks, rendimientos constantes a escala y depreciación $\delta$. La tecnología crece a un ritmo exógeno, $g_A$, y sus desviaciones de la tendencia siguen un AR(1):

$$\tilde{a}_t = \rho_A \tilde{a}_{t-1} + \phi_t, \qquad \rho_A \in (-1, 1)$$

#### 1.2.2. Modelo

**Hogares**: maximizan su utilidad intertemporal en consumo y ocio sujetos a su restricción presupuestaria:

$$\max_{\{c_t, l_t, k_{t+1}, b_{t+1}\}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - l_t), \qquad \beta \in (0,1)$$

$$\text{s.a.:} \begin{cases} c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + b_{t+1} - b_t = y_t - T_t + r_t b_t \\ k_0,\ b_0 \text{ dados} \end{cases}$$

Las CPO dan la condición ocio-consumo, $\text{RMS}_{c,1-l} = w_t$, y las ecuaciones de Euler de los bonos y del capital, cuya ausencia de arbitraje exige que rindan lo mismo:

$$u'(c_t) = \beta \mathbb{E}_t[u'(c_{t+1})(1 + r_{t+1})]$$

**Empresas**: con una Cobb-Douglas, igualan la productividad marginal de cada factor a su precio, con beneficio nulo:

$$f'_{l,t} = (1-\alpha)\frac{y_t}{l_t} = w_t, \qquad f'_{k,t} = \alpha \frac{y_t}{k_t} = r_t + \delta$$

y, en términos netos, $f'_{k,t} - \delta = r_t$, la rentabilidad del capital de la ecuación de Euler de los hogares.

**Sector público**: el déficit primario más los intereses de la deuda se financian con emisión neta de bonos, y los *shocks* de gasto siguen un AR(1), cuya persistencia, $\rho_g$, distingue los transitorios de los permanentes:

$$g_t - T_t = b_{t+1} - (1 + r_t) b_t$$

**Equilibrio**: los mercados de trabajo y de capital se vacían en todos los periodos, de modo que en cada momento la inversión iguala al ahorro.

**Estática comparativa**: si el gasto aumenta por sorpresa, los agentes saben que tendrán que pagarlo con más impuestos y su renta permanente cae. El *output* no crece por la demanda agregada, sino por el **canal riqueza**: los individuos, más pobres, ofrecen más trabajo. Las empresas no piden más horas, porque el gasto no altera la productividad marginal del trabajo.

**Dinámica**: depende de la permanencia del *shock*.

- *Transitorio*: el efecto riqueza es pequeño, la producción y las horas suben poco y caen el consumo, por el efecto riqueza, y la inversión, por el efecto expulsión, de modo que el multiplicador está entre cero y uno.
- *Permanente*: el efecto riqueza es mayor y la producción sube más. A ello se suma el efecto ampliación de Baxter y King (1993). Con más empleo, el capital gana productividad marginal, sube el tipo real y se estimula la inversión, y el multiplicador puede superar la unidad.

**Extensiones**: el modelo deja cuatro.

- *Equivalencia ricardiana* (Barro, 1974): los bonos no son riqueza neta y, dada la senda de gasto, financiarlo con impuestos o deuda es irrelevante, porque el desahorro público se convierte en ahorro privado. Con todo, la política fiscal sigue teniendo efectos reales, y las

limitaciones de la equivalencia, como las restricciones de liquidez, la ilusión fiscal, el altruismo imperfecto, los impuestos distorsionantes y el gasto productivo, motivan el resto del análisis.
- *Efectos no keynesianos* (Giavazzi y Pagano, 1990): con agentes ricardianos, una consolidación creíble y permanente puede ser expansiva, porque anticipa menos impuestos distorsionantes y reduce las primas de riesgo. El efecto atracción resultante sobre la inversión privada puede compensar la caída de la demanda pública.
- *Suavización impositiva* (Barro, 1979): con impuestos distorsionantes la senda de impuestos sí importa. Como el coste de la distorsión crece con el tipo, lo óptimo es mantener constante el tipo esperado y dejar que la deuda absorba los *shocks*.
- *Aritmética monetarista desagradable* (Sargent y Wallace, 1981): si la autoridad fiscal no ajusta sus déficits, su restricción intertemporal se impone a la monetaria.

#### 1.2.3. Conclusiones

Es la base metodológica de los modelos posteriores, y su lección es que el gasto no productivo solo eleva el *output* a costa del consumo privado, y que financiarlo con impuestos distorsionantes reduce la producción potencial. Pero depende de la calibración y, sobre todo, es walrasiano: no hay rigideces y los ciclos son respuestas óptimas a perturbaciones reales.

### 1.3. Perspectiva NEK: IS-PC-MR con gasto público

**Idea**: la lectura keynesiana del IS-LM, que subraya las rigideces, se formaliza hoy en el modelo canónico neokeynesiano ampliado con gasto público.

#### 1.3.1. Supuestos

Competencia monopolística, precios rígidos a la Calvo y mercado de trabajo competitivo, de modo que la política monetaria no es neutral a corto plazo. Los agentes tienen expectativas racionales, el banco central sigue una regla y los hogares son ricardianos. El trabajo es el único factor variable, sin acumulación de capital.

#### 1.3.2. Modelo

**Planteamiento**: el modelo se resume en tres ecuaciones log-linealizadas, la IS dinámica, la curva de Phillips neokeynesiana y la regla de Taylor:

$$\text{IS: } \tilde{y}_t = \mathbb{E}_t[\tilde{y}_{t+1}] - \frac{1}{\theta}(r_t - \bar{r}_t) + \varepsilon_t^g$$

$$\text{CP: } \pi_t = \beta \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] + \kappa \tilde{y}_t$$

$$\text{Regla: } i_t = \bar{i}_t + \alpha_\pi \tilde{\pi}_t + \alpha_y \tilde{y}_t + \varepsilon_t^m$$

- En la IS, con $r_t = i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}]$, el tipo natural, $\bar{r}_t$, aumenta con la impaciencia, con el gasto público y con el crecimiento esperado de la productividad.
- En la regla, $\bar{i}_t = \bar{r}_t + \pi^T$ es el tipo nominal neutral y $\alpha_\pi > 1$ (principio de Taylor).

**Equilibrio**: sin *shocks*, la brecha es nula, la inflación está en el objetivo y el principio de Taylor garantiza que el equilibrio es único.

**Desarrollo gráfico**: en los planos brecha-desviación del tipo real respecto del natural, arriba, y brecha-inflación, abajo, la IS es decreciente, porque un tipo real más alto contrae la demanda, la CP crece con pendiente $\kappa$ y la MR, que resulta de llevar la regla a la IS, es decreciente. En el punto 0, la brecha es nula, la inflación está en el objetivo y el tipo real iguala al natural.

**Estática comparativa**: con rigideces, el gasto público se transmite por dos canales.

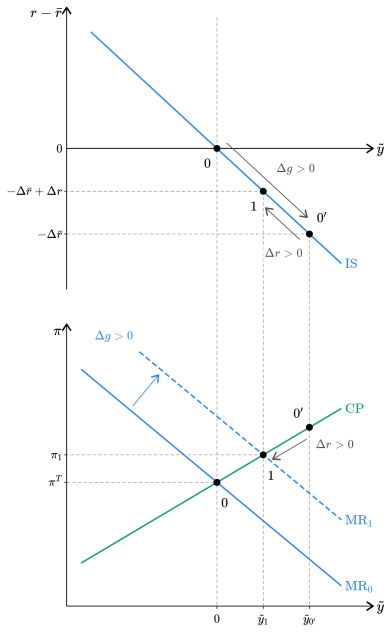
- *Canal de la riqueza*: como en el ciclo real, los hogares se sienten más pobres, consumen menos y trabajan más, lo que eleva el *output* natural.
- *Canal del* mark-up: las empresas no ajustan sus precios y atienden la demanda produciendo más, para lo que contratan más trabajo. El margen se estrecha y el salario real sube, lo que eleva el *output* efectivo, aunque el consumo de los hogares ricardianos sigue la ecuación de Euler y solo aumenta el de los no ricardianos.

El efecto neto sobre la brecha es ambiguo y depende de la respuesta monetaria. Si domina el *mark-up*, el gasto eleva el tipo natural y, a tipo real constante, la brecha aumentaría, pero el banco central, siguiendo la regla de Taylor, eleva el tipo real y contrarresta parte del impulso, con un multiplicador inferior a la unidad. La economía se sitúa así en el punto 1, con una brecha menor que en 0 y una inflación por encima del objetivo.

**Dinámica**: un *shock* transitorio opera sobre todo por el *mark-up*, con un multiplicador de impacto mayor que el del permanente. Uno permanente eleva más el *output* natural y su multiplicador se aproxima al neoclásico.

**Extensiones**: tres precisan cuándo es efectiva la política fiscal.

- *Restricciones de liquidez* (Galí, López-Salido y Vallés, 2007): los agentes no ricardianos consumen su renta corriente, no sufren el efecto riqueza y el *mark-up* eleva su consumo. Si son bastantes y el gasto se financia en parte con deuda, el multiplicador supera la unidad.




Expansión fiscal en el IS-PC-MR: a tipo real constante la economía pasaría de 0 a 0 , y con la regla de Taylor se sitúa en 1.

- *Política monetaria* (Woodford, 2011): con tipo real constante, el multiplicador es exactamente uno; con un objetivo estricto de inflación o la regla de Taylor, inferior a uno; en el límite inferior de los tipos, la mayor inflación esperada reduce el tipo real y es superior a uno, siempre que el gasto no se prolongue más allá de ese periodo. Si un mayor ahorro precautorio, como tras la crisis de 2008, hace negativo el tipo natural, la pérdida de *output* es grande y la política fiscal, especialmente efectiva.
- *Uniones monetarias* (Galí y Monacelli, 2008): como la política monetaria común no responde a la inflación de un país, el multiplicador es mayor, aunque inferior a la unidad si el país financia el gasto con sus impuestos (Farhi y Werning, 2016). La política fiscal óptima de cada país debe corregir las distorsiones que la política monetaria común no atiende.

#### 1.3.3. Conclusiones

Recupera la efectividad de la política fiscal a corto plazo sin renunciar a los microfundamentos, y muestra que depende de las restricciones de liquidez y de los regímenes monetario y cambiario. Pero solo considera gasto no productivo financiado con suma fija y no permite analizar el crecimiento.

### 1.4. Evidencia empírica

**Consumo privado**: es la predicción que separa ambos modelos. Con SVAR, el consumo aumenta tras un *shock* de gasto (Blanchard y Perotti, 2002). Con *shocks* de gasto militar fechados al anunciarse, cae, como predice el ciclo real, y Ramey (2011) atribuye la diferencia a que los del SVAR llegan tarde, cuando los agentes ya conocían el aumento del gasto.

**Hogares no ricardianos**: entre el 20 % y el 40 % de las devoluciones del impuesto sobre la renta de 2001 en EE. UU. se gastó en no duraderos en el trimestre en que se recibieron (Johnson et al., 2006), contra la renta permanente. Las devoluciones se conocían de antemano, lo que apoya la existencia de hogares restringidos por liquidez.

**Multiplicador**: con datos de EE. UU. desde 1889, queda por debajo de la unidad con desempleo alto o bajo (Ramey y Zubairy, 2018). El relativo entre estados de una unión monetaria ronda 1,5 (Nakamura y Steinsson, 2014). El primer resultado concuerda con la perspectiva neoclásica y el segundo, en una unión cuya política monetaria no responde a un solo estado, con la neokeynesiana.

En suma, el gasto no productivo reduce el consumo privado por el efecto riqueza y, si es transitorio, también la inversión y el ahorro nacional. Su efecto sobre el *output* depende de las rigideces, las restricciones de liquidez y la política monetaria.

## 2. Efectos vía diseño del sistema de pensiones

El diseño del sistema de pensiones es la principal vía por la que el sector público altera el ahorro de los hogares y, con él, la acumulación de capital.

### 2.1. Sistemas de pensiones

**Idea**: los sistemas públicos responden a la función redistributiva y a la corrección de la miopía del ahorro individual, y pesan mucho en las economías avanzadas, en España en torno al 12 % del PIB. Se financian con cotizaciones, que gravan el trabajo y, con reparto, reducen el ahorro.

#### 2.1.1. Capitalización (*fully funded*)

**Definición**: cada trabajador acumula sus cotizaciones en una cuenta individual y cobra en la jubilación el capital y su rendimiento, $(1+r)$, sin redistribución intergeneracional. Es de aportación definida, con conversión del saldo en una renta vitalicia, y a menudo con un pilar solidario. La reforma chilena de 1981 lo recuperó como sistema nacional obligatorio de gestión privada, y lo aplican también otros países latinoamericanos y Australia.

**Conclusiones**: es robusto al envejecimiento, puede elevar el ahorro nacional, profundiza los mercados de capitales y distorsiona menos el trabajo. Pero traslada al trabajador los riesgos financiero y de longevidad, penaliza las lagunas de cotización y la transición exige que una generación pague dos veces.

#### 2.1.2. Reparto (*pay as you go*)

**Definición**: lo que cotizan hoy los trabajadores paga las pensiones de los jubilados de hoy, con redistribución intergeneracional. Su rendimiento implícito es el crecimiento de la masa salarial, $(1+n)(1+g_y)$, por el número de cotizantes y su renta (Samuelson, 1958; Aaron, 1966). Es de prestación definida, con edad, cotización y revalorización fijadas por ley. El reparto puro se generalizó tras la II Guerra Mundial y rige en la mayoría de países europeos y en la Seguridad Social de EE. UU. El Estado garantiza el pago, y los riesgos demográfico y político recaen sobre las generaciones futuras.

**Conclusiones**: paga desde el primer día, reparte los riesgos entre el Estado y los cotizantes y es inmune a las crisis financieras. Pero su rendimiento cae con el envejecimiento y la ralentización del crecimiento, reduce el ahorro nacional y la desconexión entre cotización y prestación actúa como un impuesto sobre el trabajo. Ese menor rendimiento obliga a subir cotizaciones, bajar prestaciones o retrasar la jubilación.

#### 2.1.3. Sistemas mixtos

**Definición**: combinan un pilar de reparto con pilares de capitalización, según la arquitectura de tres pilares del Banco Mundial (1994), y rinden una media ponderada de ambos. En las **cuentas nocionales** (NDC), el reparto calcula la pensión como si fuera de capitalización, con un rendimiento ligado a la masa salarial. Así ocurre en Suecia, y también combinan pilares Países Bajos y Dinamarca.

**Conclusiones**: diversifican los riesgos y las cuentas nocionales recuperan el vínculo entre cotización y prestación sin coste de transición, pero la coordinación es compleja y la transición conlleva un doble pago atenuado.

### 2.2. Generaciones solapadas (Diamond, 1965)

**Supuestos**: Allais (1947), Samuelson (1958) y Diamond (1965) plantean dos periodos con certidumbre: los jóvenes trabajan, consumen y ahorran, y los ancianos consumen lo ahorrado. La población crece a la tasa $n$ y la renta laboral, a $g_y$. Cada sistema se introduce como una cotización $\tau$ en la juventud y una pensión en la vejez.

**Planteamiento**: el joven elige su ahorro con utilidad logarítmica:

$$\max_{s_t} \ln c_t^j + \beta \ln c_{t+1}^a \quad \text{s.a.:} \begin{cases} c_t^j = (1-\tau)\, y_t - s_t \\ c_{t+1}^a = (1+r)\, s_t + p_{t+1} \end{cases}$$

**CPO**: sustituyendo las restricciones en la función objetivo y derivando respecto a $s_t$, se obtiene la ecuación de Euler:

$$\frac{1}{c_t^j} = \frac{\beta(1+r)}{c_{t+1}^a}$$

**CSO**: la segunda derivada respecto a $s_t$, $-1/(c_t^j)^2 - \beta(1+r)^2/(c_{t+1}^a)^2$, es negativa, luego la CPO es suficiente.

**Solución**: la ecuación de Euler, común a todos los casos, da un ahorro privado que cae con la cotización y con el valor actual de la pensión:

$$s_t^* = \frac{\beta}{1+\beta}\,(1-\tau)\, y_t - \frac{p_{t+1}}{(1+\beta)(1+r)}$$

- *Sin pensiones*: el ahorro, $s_t^* = \frac{\beta}{1+\beta}\, y_t$, es solo privado, depende de la impaciencia y de la renta, y podría ser insuficiente.
- *Capitalización*: con $p_{t+1} = (1+r)\tau y_t$, el ahorro privado, $s_t^* = \frac{\beta}{1+\beta}\, y_t - \tau y_t$, cae exactamente en la cotización, de modo que el **ahorro nacional** y el capital no varían. Al agente solo le importa el rendimiento, que es el mismo.
- *Reparto*: con $p_{t+1} = (1+n)(1+g_y)\tau y_t$, la cotización se transfiere a los jubilados y no se invierte, de modo que el ahorro nacional cae siempre, y el privado cae más que la cotización si el rendimiento del reparto supera al tipo de interés. El ahorro privado es:

$$s_t^* = \frac{\beta}{1+\beta}\, y_t - \tau y_t \left[1 + \frac{(1+n)(1+g_y) - (1+r)}{(1+\beta)(1+r)}\right]$$

**Bienestar**: si $(1+n)(1+g_y) > 1+r$ se prefiere el reparto, y si es menor, la capitalización. La caída del ahorro bajo reparto no implica pérdida de bienestar, porque en una economía **dinámicamente ineficiente**, con $r < n + g_y$, el reparto mejora a todas las generaciones. Pero con cohortes menos numerosas tras el *baby boom* y una renta que crece menos desde los setenta, su rendimiento ha caído.

**Conclusiones**: aísla con claridad el efecto de cada sistema sobre el ahorro nacional y explica por qué el envejecimiento hace insostenibles sistemas que fueron óptimos. Pero omite la incertidumbre sobre la longevidad y los rendimientos, el efecto de la cotización sobre el trabajo y los costes de transición.

### 2.3. Evidencia empírica

**Alemania**: su reparto bismarckiano ha respondido con reformas paramétricas: el pilar voluntario Riester (2001), el factor de sostenibilidad (2004), que liga la revalorización a la ratio entre cotizantes y pensionistas, y el retraso de la jubilación a 67 años (2007). La tasa de sustitución ha caído, aunque en 2025 se prorrogó hasta 2031 un suelo del 48 %.

**Chile**: la capitalización profundizó el mercado de capitales, pero su efecto sobre el ahorro nacional es discutido por el coste fiscal de la transición, y las bajas tasas de sustitución obligaron a un pilar solidario (2008) y a una cotización adicional del empleador con un componente de reparto (2025). Esas bajas tasas se deben a las lagunas de cotización, la informalidad y las comisiones.

**Suecia**: la reforma aprobada en 1998 y aplicada desde 1999 destina 16 de sus 18,5 puntos de cotización a cuentas nocionales y 2,5 a capitalización, con un mecanismo de equilibrio automático que se activó en 2010. El mecanismo reduce la revalorización cuando los pasivos del pilar de reparto superan a sus activos, de modo que traslada a los cotizantes parte del riesgo a cambio de garantizar la solvencia.

**España**: un reparto de prestación definida con pilares complementarios poco desarrollados, presionado por una fecundidad de 1,10 hijos por mujer en 2024, el efecto sustitución de pensiones nuevas más altas y una tasa de dependencia que seguiría aumentando hasta el 73,2 % en 2076, según las proyecciones del INE (2026). Además, los tipos próximos a cero de la década de 2010 recortaron la rentabilidad del fondo de reserva y de los planes complementarios. Las reformas de 2011, con la edad legal a 67 años y un periodo de cómputo más largo, y de 2013, con el índice de revalorización y el factor de sostenibilidad, después derogados, actuaron sobre el gasto. Las de 2021-2023 actúan sobre el ingreso, con el mecanismo de equidad intergeneracional, el destope gradual de las bases máximas y la cuota de solidaridad, y recuperan la revalorización con el IPC, con evaluación periódica de la AIReF. En términos del modelo, la baja fecundidad reduce $n$ y el rendimiento implícito del reparto, y un $r$ bajo hace el reparto relativamente más atractivo, pero obliga a ahorrar más para complementar la pensión pública.

En suma, la capitalización deja inalterado el ahorro nacional y el reparto lo reduce. El envejecimiento ha mermado el rendimiento del reparto y las reformas convergen hacia sistemas mixtos.

## 3. Efectos vía gasto público productivo

El último canal es el gasto que entra en la función de producción, cuyos efectos se estudian con modelos de crecimiento exógeno y endógeno.

### 3.1. Gasto público productivo

**Definición**: el **gasto público productivo** entra en la función de producción y eleva la productividad privada: la educación, que eleva el capital humano, y las infraestructuras y otros bienes públicos, que el mercado no proveería lo bastante por sus externalidades.

**Disyuntiva**: aumenta la producción potencial, pero se financia con impuestos distorsionantes, que reducen la renta disponible, la inversión y el consumo privados.

### 3.2. Crecimiento exógeno: Ramsey-Cass-Koopmans

#### 3.2.1. Supuestos

Un agente representativo con utilidad CES y aversión al riesgo $\theta$ ofrece una unidad de trabajo. El sector público grava el consumo, $\tau_c$, la renta laboral, $\tau_w$, y la del capital, $\tau_r$, y dedica lo recaudado a gasto productivo con presupuesto equilibrado. La tecnología es $y = A(g)k^\alpha$, donde el gasto eleva la productividad total, $A'(g) > 0$, sin ser acumulable.

#### 3.2.2. Modelo

**Hogares**: con su riqueza inicial, $b_0$, dada, maximizan su utilidad descontada sujetos a una restricción en la que los impuestos gravan cada uso y fuente de renta:

$$\max_c \int_0^\infty e^{-(\rho-n)t}\, \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\, dt, \qquad \theta > 0$$
$$\text{s.a.: } (1+\tau_c)c + \dot{b} = (1-\tau_w)w + [(1-\tau_r)r - n]\, b$$

Del hamiltoniano se obtiene la ecuación de Euler:

$$g_c = \frac{1}{\theta}\,[(1-\tau_r)\, r - \rho]$$

- El impuesto sobre el capital introduce una **cuña** entre el rendimiento social del ahorro y el privado, de modo que el hogar ahorra menos.

– Los impuestos sobre el consumo y el trabajo no aparecen: gravan por igual el consumo de hoy y el de mañana, y una oferta de trabajo inelástica. Reducen la renta, pero no distorsionan la decisión intertemporal, y por eso la imposición óptima recomienda gravar el consumo antes que el ahorro.
– El gasto público eleva el rendimiento del capital y el ahorro.

**Empresas**: el gasto productivo es una externalidad que no internalizan, de modo que el equilibrio competitivo no es eficiente por sí solo. La demanda de capital es $A(g)f'(k) = r + \delta$, y con rendimientos constantes el trabajo percibe el residuo, $w = A(g)\,[f(k) - kf'(k)]$.

**Sector público**: con presupuesto equilibrado, financiar el gasto con $\tau_c$ o $\tau_w$ eleva el capital por el efecto productividad, y con $\tau_r$ el efecto es ambiguo. La composición de la recaudación importa tanto como su nivel. Además, el gasto se autofinancia en parte, porque eleva las bases imponibles. La restricción del sector público es:

$$g = \tau_w w + \tau_r r b + \tau_c c$$

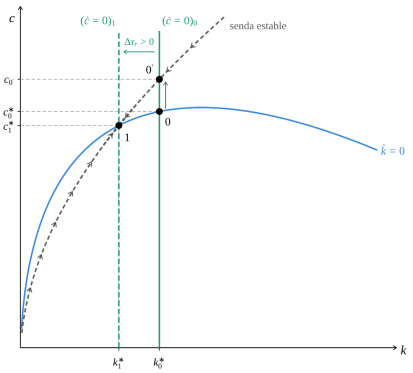
**Equilibrio**: con $b = k$ y la restricción pública en la de los hogares, $c + g + \dot{k} + (n+\delta)k = A(g)f(k)$. En estado estacionario, el rendimiento neto del capital iguala la impaciencia y el consumo es el del *locus* $\dot{k} = 0$:

$$(1-\tau_r)\,[A(g)f'(k^*) - \delta] = \rho \qquad c^* = A(g)f(k^*) - (n+\delta)k^* - g$$

$$g_c = \dot{k}/k = 0$$

**Desarrollo gráfico**: en el plano $k$-$c$, a la izquierda de $k^*$ el consumo crece y a su derecha decrece. El equilibrio es un punto de silla, de modo que, dado $k_0$, una única senda converge a $(k^*, c^*)$.

**Estática comparativa**: los impuestos sobre el consumo y el trabajo no alteran el capital ni el consumo de estado estacionario. El impuesto sobre el capital los reduce, y el gasto productivo eleva el capital y la renta. Una subida no anticipada y permanente de $\tau_r$, compensada con otros impuestos para no alterar $g$, desplaza a la izquierda el *locus* $\dot{c} = 0$: el consumo salta a la nueva senda estable y la economía converge a menos capital y consumo.




Subida del impuesto sobre el capital en el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans: el consumo salta a la senda estable (0→0′) y converge a menos capital y consumo (1).

**Disyuntiva**: el tamaño óptimo del sector público iguala la productividad marginal del gasto al coste marginal de la distorsión necesaria para financiarlo. La política fiscal tiene **efectos nivel**, pero no **efectos tasa**, porque el crecimiento a largo plazo sigue siendo el del progreso técnico exógeno.

**Extensiones**: con trabajo elástico, $\tau_w$ y $\tau_c$ también distorsionan. El tipo óptimo sobre el capital a largo plazo es nulo (Chamley, 1986; Judd, 1985), aunque puede ser positivo si la elasticidad de sustitución intertemporal es inferior a la unidad (Straub y Werning, 2020). Con capital público acumulable (Arrow y Kurz, 1970), la inversión pública afecta transitoriamente al crecimiento. El tipo nulo de Chamley y Judd se debe a que gravar el capital equivale a gravar el consumo futuro a un tipo creciente con el horizonte, y se debilita con horizontes finitos, restricciones de liquidez o rentas puras del capital.

**Conclusiones**: ordena los impuestos por su coste de acumulación, con el del capital como el más dañino.

### 3.3. Crecimiento endógeno: el modelo de Barro (1990)

**Idea**: el gasto productivo eleva la productividad del capital privado y su financiación detrae renta, de modo que existe un tamaño del sector público que maximiza el crecimiento. Se presenta con ahorro exógeno, como extensión de Solow-Swan, de modo que la figura impositiva es irrelevante, porque la distorsión del rendimiento privado del capital solo aparece con hogares optimizadores.

**Supuestos**: el gasto entra como *input*, con rendimientos constantes en $k$ y $g$ conjuntamente, de modo que si $g$ crece con $k$ no hay rendimientos decrecientes y el modelo es AK:

$$y = Ak^\alpha g^{1-\alpha}, \qquad A > 0,\ \alpha \in (0,1)$$

**Planteamiento**: con sector público, $Y = C + I + G$, y el gasto, $G = \tau Y$, se financia con un impuesto proporcional. En niveles y per cápita:

$$\text{Renta:}\quad Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}(G/L)^{1-\alpha} \Rightarrow y = A^{1/\alpha}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}k, \qquad A>0,\ \alpha\in(0,1)$$

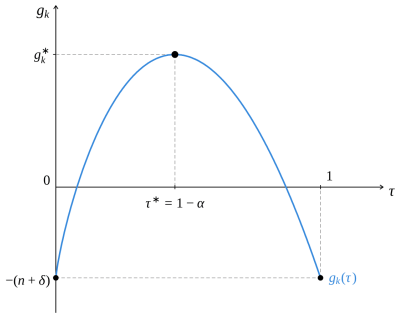
$$\text{Inversión:}\quad \dot{K} = s(1-\tau)Y - \delta K \Rightarrow \dot{k} = s(1-\tau)y - (n+\delta)k$$

$$\text{Consumo:}\quad C = (1-s)(1-\tau)Y \Rightarrow c = (1-s)(1-\tau)y$$

**Equilibrio**: sin dinámica de transición, la renta, el capital y el consumo crecen a la misma tasa constante, $g_k(\tau) = s(1-\tau)A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha} - (n+\delta)$, máxima en $\tau^* = 1-\alpha$.

– El tipo aparece dos veces: como $(1-\tau)$, el **efecto distorsión**, que reduce la renta disponible y el ahorro, y como $\tau^{(1-\alpha)/\alpha}$, el **efecto productividad** del gasto.
– El crecimiento es máximo cuando el peso del ingreso público iguala la participación del gasto productivo en la tecnología.

**Desarrollo gráfico**: la tasa de crecimiento tiene forma de U invertida, porque con $\tau = 0$ no hay gasto y nada se produce, y con $\tau = 1$ no queda renta que ahorrar. A la izquierda del máximo domina el efecto productividad y a la derecha, la distorsión. En ambos extremos, el capital por trabajador varía a la tasa $-(n+\delta) < 0$.




Modelo de Barro (1990): la tasa de crecimiento es máxima cuando el tipo impositivo iguala la elasticidad del *output* al gasto productivo.

**Estática comparativa**: a diferencia del modelo exógeno, la política fiscal tiene **efectos tasa**.

**Extensiones**: en la versión original, con hogares a la Ramsey, el crecimiento es creciente con $g/y$ si se financia con suma fija, aunque el tamaño que maximiza el bienestar sigue siendo $1-\alpha$. Con el impuesto proporcional, el tipo que maximiza el crecimiento es el mismo. Con oferta de trabajo endógena (Baxter y King, 1993), los aumentos transitorios de la inversión pública expulsan inversión privada y apenas expanden el *output*, pero uno permanente lleva a más producción, inversión, consumo y empleo, porque el capital público eleva la productividad del trabajo y del capital privado.

**Conclusiones**: fue de las primeras aportaciones sobre el tamaño del sector público en crecimiento endógeno e ilustra de forma intuitiva el debate sobre ese tamaño. Pero fija la oferta de trabajo, trata el gasto como flujo y no distingue partidas de gasto ni figuras impositivas.

### 3.4. Evidencia empírica

**Inversión pública**: Aschauer (1989) estima para EE. UU. (1949-1985) una elasticidad del *output* al capital público en torno a 0,4, con un fuerte efecto de las infraestructuras básicas sobre la productividad. La literatura posterior encuentra un efecto positivo pero mucho menor, y el metaanálisis de Bom y Ligthart (2014) la sitúa en torno a 0,1. Para la OCDE, la inversión pública eleva el *output* a corto y largo plazo, con efecto atracción sobre la privada, sobre todo con holgura y si es eficiente (Abiad et al., 2016).

**Consumo público**: en 98 países entre 1960 y 1985, su peso en el PIB se relaciona negativamente con el crecimiento, y la inversión pública no es significativa (Barro, 1991), acorde con la distinción de su modelo entre gasto productivo e improductivo.

**Imposición**: en un panel de 22 países de la OCDE, los impuestos distorsionantes reducen el crecimiento y el gasto productivo lo eleva (Kneller et al., 1999). Con 21 países de la OCDE, Arnold et al. (2011) establecen una jerarquía de daño creciente: los impuestos recurrentes sobre la propiedad inmobiliaria, el consumo, la renta personal y, los más dañinos, sociedades. En España corresponden al IBI, IVA, IRPF e impuesto sobre sociedades.

En suma, el gasto productivo eleva el nivel de renta o su tasa de crecimiento, pero su financiación distorsionante fija un tamaño óptimo del sector público, y la composición del gasto y de los impuestos importa tanto como su nivel.