1. Fundamentos

Antes de valorar un proyecto hay que precisar qué es invertir, cómo se describe la inversión por sus flujos de caja y cómo se miden su rentabilidad y su riesgo.

1.1. Concepto de inversión

Definición: siguiendo a Andrés Suárez, la inversión es una adición al *stock* de capital, que admite tres sentidos: jurídico, como adquisición de todo lo que puede ser objeto de propiedad; financiero, como adquisición de valores que sirven para obtener una rentabilidad, y económico, como adquisición de bienes que sirven para producir otros bienes.

Sentido funcional: Joel Dean distingue cuatro tipos de inversión empresarial.

- De renovación o reemplazo, para mantener la capacidad productiva.
- De expansión, para ampliarla.
- De innovación o modernización, para mejorar productos o procesos.
- Estratégica, para controlar recursos y reducir el riesgo.

También se clasifica por su horizonte, por su sustituibilidad, en complementarias, sustitutivas o independientes, y por su objeto, tangible o intangible.

1.2. La inversión como flujos de caja

1.2.1. Concepto

Definición (Schneider, 1944): toda inversión se define por su corriente de cobros y pagos, que se compone de un desembolso inicial, $-A_0$, y de unos flujos netos de caja, $Q_t = C_t - P_t$, con $t = 1, \dots, T$. Recuerda a la **cuasirrenta** de Marshall (1890), la renta temporal de un factor por encima de su coste de oportunidad.

Flujo de caja bruto: en términos contables, es el beneficio antes de intereses e impuestos, menos el impuesto sobre sociedades calculado sobre el resultado de explotación, sin escudo fiscal de la deuda, más las amortizaciones, que son gasto pero no salida de caja:

$$\mathrm{FCB}_t = \mathrm{BAIT}_t - T_{\mathrm{IS},t} + \mathrm{Am}_t$$

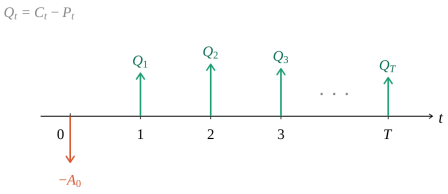
Flujo de caja libre: es la corriente disponible para todos los inversores, la de la empresa, o solo para los accionistas, la del accionista. El de la empresa omite los gastos financieros y resta del bruto la inversión bruta, suma del CAPEX en activo no corriente y de la variación de las **necesidades operativas de fondos**, la inversión en circulante operativo que exige el crecimiento:

$$\mathrm{FCL}_t = \mathrm{FCB}_t - \mathrm{IB}_t, \qquad \mathrm{IB}_t = \mathrm{CAPEX}_t + \Delta\mathrm{NOF}_t$$

Flujos relevantes: el proyecto se valora por sus flujos incrementales después de impuestos. Se excluyen los costes hundidos y los flujos de la financiación, que ya recoge la tasa, y se incluyen los costes de oportunidad y los efectos inducidos sobre otras actividades.

1.2.2. Tipos según sus flujos de caja

Inversiones simples: tienen un único cambio de signo, porque al desembolso le siguen flujos no negativos, $Q_t \geq 0$, y su tasa interna de rentabilidad es única.



Inversión como corriente de cobros y pagos (Schneider, 1944): desembolso inicial $-A_0$ y flujos netos Q_t.

Inversiones no simples: tienen más de un cambio de signo y se dividen en dos tipos.

- *Puras*: a la tasa de retorno, el saldo del proyecto es siempre deudor, porque la empresa es siempre su prestamista neta, y admiten una única tasa de retorno con sentido económico.
- *Mixtas*: el saldo se vuelve acreedor en algún momento, de modo que la TIR puede no ser única ni tener significado económico, y la rentabilidad depende también del tipo de reinversión o financiación.

1.3. Rentabilidad y riesgo

1.3.1. Rentabilidad

Contable sobre beneficios: la **rentabilidad económica**, ROA, relaciona el resultado de la actividad con el activo, al margen de su financiación, y mejora por dos vías, el margen y la rotación:

$$\mathrm{ROA} = \frac{\mathrm{BAIT}}{A} = \frac{\mathrm{BAIT}}{V} \cdot \frac{V}{A}$$

La **rentabilidad financiera**, ROE, relaciona el beneficio neto con los fondos propios, y su descomposición de DuPont añade una tercera palanca, el multiplicador del patrimonio, A/E.

Apalancamiento financiero: sin impuestos y con todo el pasivo en deuda financiera, $A = D_f + E$, ambas rentabilidades se relacionan así, con k_a el coste de la deuda:

$$\mathrm{ROE} = \mathrm{ROA} + (\mathrm{ROA} - k_a)\, L, \qquad L = \frac{D_f}{E}$$

Si $\mathrm{ROA} > k_a$, el endeudamiento eleva la rentabilidad del accionista; si es menor, la deteriora, y si son iguales, la estructura financiera es neutral.

Contable sobre flujos de caja: son las mismas ratios con el flujo de caja en lugar del beneficio, y la ratio FC/CAPEX, que mide la capacidad de autofinanciación.

Matemático-financiera: es el rendimiento esperado de un título, $R_i^e = \sum_s p_s R_{i,s}$, o de una cartera, $R_c^e = \sum w_i R_i^e$.

1.3.2. Riesgo

Definición: el **riesgo** de una inversión es la variabilidad de su resultado, y procede de la actividad productiva o de la forma de financiarla.

Riesgo económico o de negocio: es la inestabilidad de la rentabilidad económica, $\sigma_{\mathrm{ROA}} = \sigma_{\mathrm{BAIT}}/A$. Depende de la volatilidad de la demanda y del peso de los costes fijos, y se mide con el grado de apalancamiento operativo, $\mathrm{GAO} = (\Delta\mathrm{BAIT}/\mathrm{BAIT})/(\Delta V/V)$, y con el punto muerto, $x_{\mathrm{pm}} = \mathrm{CF}/(p - c_v)$.

Riesgo financiero: es la variabilidad que añade la deuda, $\sigma_{\mathrm{ROE}} = \sigma_{\mathrm{ROA}}(1 + L)$, y se mide con el grado de apalancamiento financiero, $\mathrm{GAF} = \mathrm{BAIT}/\mathrm{BAT}$. El producto, $\mathrm{GAT} = \mathrm{GAO} \cdot \mathrm{GAF}$, revela un margen de sustitución entre ambos riesgos, de modo que con costes fijos elevados conviene endeudarse con moderación.

Riesgo y tasa de descuento: el riesgo fija la tasa de descuento, porque el inversor exige más rendimiento cuanto más incierto es el resultado. Su medida habitual es la varianza del rendimiento, pero el riesgo relevante no es el del proyecto aislado, sino su contribución al de la cartera del inversor.

En suma, todo proyecto es una corriente de cobros y pagos con una rentabilidad esperada y un riesgo, y ese riesgo determina la tasa de descuento, el coste del capital, sobre la que se construyen los criterios de valoración.

2. Criterios generales de valoración

Los criterios de valoración comparan los flujos del proyecto con su coste a través del tiempo para decidir qué proyectos aceptar y cómo ordenarlos cuando compiten por recursos escasos.

2.1. Fundamento teórico

Antecedentes: la teoría del interés explica por qué vale más un euro hoy que mañana.

- Böhm-Bawerk (1884, 1889) funda el interés en el *agio*, el mayor valor de los bienes presentes, por la mayor abundancia esperada de bienes futuros, la infravaloración de las necesidades futuras y la superioridad técnica de los bienes presentes.
- Fisher (1930) define el valor de un activo como el valor actual de sus rentas futuras, de donde procede el criterio del VAN.
- Su **teorema de la separación**: con un mercado de capitales perfecto, la inversión de la empresa no depende de las preferencias de consumo de sus propietarios. Todos quieren que acepte los proyectos con VAN positivo y ajustan después su consumo prestando o endeudándose, lo que legitima la maximización del valor como criterio único.
- Keynes (1936) define la eficiencia marginal del capital, el tipo que iguala los rendimientos actualizados de un bien de capital con su precio de oferta, antecedente directo de la TIR.

Teoría de la inversión (Schneider, 1944): es el considerado primer estudio sistemático de la materia, con previsión perfecta, y consagra el proyecto como corriente de cobros y pagos.

Capital budgeting (Dean, 1951): es el primer tratamiento conjunto de la inversión y la financiación. Inaugura el presupuesto de capital y populariza los flujos de caja descontados en la empresa.

2.2. Métodos tradicionales

Valoran cada proyecto por separado. Cuando los fondos no alcanzan para todos los rentables, la elección pasa a ser conjunta.

2.2.1. Métodos estáticos

Idea: no descuentan, de modo que suman cantidades de distintos momentos, y su valor es sobre todo orientativo.

Ratio coste-beneficio: $\mathrm{RCB} = \sum Q_t / A_0$, y se acepta si supera la unidad. Es sencilla y sobrevive en el capital riesgo como múltiplo sobre el capital invertido, MOIC, pero ignora la distribución temporal de los flujos.

Plazo de recuperación (*payback*): es el tiempo necesario para recuperar el desembolso inicial, A_0/Q con flujos constantes. Prima la liquidez y es útil con mucha incertidumbre o inestabilidad política, pero ignora los flujos posteriores y no mide la rentabilidad.

Tasa de rendimiento contable: es el beneficio contable medio anual sobre la inversión. Usa datos disponibles, pero no descuenta, emplea el

beneficio en lugar del flujo de caja y depende de los criterios contables.

2.2.2. Métodos dinámicos

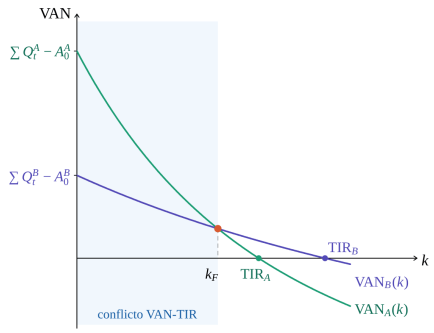
Valor actual neto: descuenta los flujos a la tasa k, incorporando el valor temporal del dinero, y el proyecto se acepta si el VAN es positivo:

$$\text{VAN} = -A_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{Q_t}{(1+k)^t}$$

El VAN es un criterio de valor absoluto, coherente con la maximización del valor y aditivo entre proyectos. Sus límites son que, según la interpretación tradicional, supone reinvertir los flujos a k, supuesto discutido; que exige estimar k, exógena, y que no informa de la rentabilidad por euro invertido.

Tasa interna de rentabilidad: es la tasa que anula el VAN, análoga a la eficiencia marginal del capital, y se acepta el proyecto si TIR $> k$. Expresa la rentabilidad en porcentaje, fácil de comunicar, pero supone reinvertir a la propia TIR y, en las inversiones mixtas, puede ser múltiple o no existir.

Comparación VAN-TIR: en las inversiones simples y en las no simples puras, ambos criterios coinciden en la aceptación. Al ordenar dos proyectos excluyentes pueden discrepar si existe un **punto de Fisher**, la tasa k_F que iguala sus VAN. A su derecha ordenan igual, y a su izquierda discrepan y debe preferirse el VAN, coherente con la creación de valor. En las mixtas conviene recurrir al VAN.



Perfiles del VAN de dos proyectos excluyentes: TIR de cada uno y punto de Fisher.

Otros criterios dinámicos:

- El índice de rentabilidad, IR $= 1 + \text{VAN}/A_0$, mide el valor actual por euro invertido. Es útil con racionamiento, pero puede contradecir al VAN con escalas muy distintas.
- El plazo de recuperación descontado incorpora el valor temporal del dinero, pero sigue ignorando los flujos posteriores.
- La TIR modificada iguala el valor capitalizado de los flujos positivos, a una tasa de reinversión explícita, con el valor actual de los negativos, TIRM $= (\text{VF}^+/\text{VA}^-)^{1/T} - 1$. Es siempre única, pero depende de la tasa de reinversión elegida.

Homogeneización: si las vidas útiles difieren, los proyectos se comparan con la cadena de reemplazo o con el coste anual equivalente. Si difiere la escala, prevalece el VAN cuando no hay racionamiento de capital.

Inflación: los flujos nominales se descuentan a la tasa nominal y los reales, a la tasa real, con $1 + k^{\text{nom}} = (1 + k^{\text{real}})(1 + \pi)$. Mezclarlos sesga el VAN, y las amortizaciones fiscales, fijadas sobre el coste histórico, se proyectan en términos nominales.

2.2.3. Racionamiento de capital

Origen: Lorie y Savage (1955) plantearon cómo elegir entre proyectos con fondos limitados en uno o varios periodos, y Weingartner (1963) lo formuló como un programa matemático.

Supuestos: proyectos independientes e indivisibles, con desembolsos y VAN conocidos, un presupuesto fijo en cada periodo y una rentabilidad exigida k exógena.

Planteamiento: la empresa elige los proyectos que maximizan el VAN total sin exceder el presupuesto B_t de cada periodo, con x_j igual a uno si acepta el proyecto j y A_{jt} su desembolso en t:

$$\max_{x_j} \sum_{j=1}^{J} \text{VAN}_j\, x_j \quad \text{s.a.:} \begin{cases} \sum_{j=1}^{J} A_{jt}\, x_j \le B_t \\ x_j \in \{0,1\} \end{cases}$$

CPO: en el programa relajado, que admite $0 \le x_j \le 1$, con $\lambda_t \ge 0$ el **precio sombra** del presupuesto de cada periodo, un proyecto se acepta si su VAN supera el coste de oportunidad de los fondos que absorbe:

$$x_j = 1 \;\text{ si }\; \text{VAN}_j > \sum_{t=0}^{T} \lambda_t A_{jt}$$

CSO: el programa relajado es lineal, de modo que las condiciones de Kuhn-Tucker son suficientes. Con indivisibilidades, en cambio, su solución es solo una cota superior, y el óptimo exige programación entera.

Solución: con un único presupuesto, en $t = 0$, la condición es $\text{VAN}_j/A_{j0} > \lambda_0$, de modo que los proyectos se ordenan por su índice de rentabilidad y se aceptan hasta agotar los fondos.

Conclusiones: hace explícito el coste de oportunidad del capital escaso y admite como restricciones la exclusión mutua o la dependencia entre proyectos. Con racionamiento duro, impuesto por el mercado, el coste de oportunidad de los fondos lo dan los precios sombra y k deja de ser exógena (Baumol y Quandt, 1965). Con el blando, fijado por la dirección, k sigue siendo la tasa de mercado y el presupuesto no debería impedir proyectos con VAN positivo.

2.3. Criterios con información imperfecta

Con incertidumbre, ni los flujos ni la tasa de descuento se conocen con certeza, por lo que o se ajusta el VAN por el riesgo o se analiza el riesgo de forma explícita.

2.3.1. Ajustes por riesgo

Prima de riesgo: se añade una prima ρ_r al tipo sin riesgo, r_f, normalmente derivada del CAPM a través del coste del capital, de modo que los proyectos más arriesgados se descuentan a un tipo mayor:

$$\text{VAN} = -A_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{Q_t}{(1 + r_f + \rho_r)^t}$$

Este método, sencillo y coherente con la práctica, es el más extendido, pero, al componerse año tras año, supone que el riesgo crece geométricamente con el horizonte.

Equivalente cierto: se multiplican los flujos por un coeficiente $\alpha_t \in [0,1]$, inverso al riesgo, y se descuentan al tipo sin riesgo:

$$\text{VAN} = -A_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{\alpha_t\, Q_t}{(1 + r_f)^t}$$

- Ambos coinciden si $\alpha_t = [(1 + r_f)/(1 + r_f + \rho_r)]^t$, es decir, la prima de riesgo equivale a un α_t decreciente con t.
- El equivalente cierto separa la preferencia temporal del riesgo, pero sus coeficientes son subjetivos y no se observan en el mercado, por lo que se usa menos.

2.3.2. Análisis explícito del riesgo

Idea: en vez de resumir el riesgo en un número, estos métodos describen el abanico de resultados posibles.

- *Análisis de sensibilidad*: recalcula el VAN variando un supuesto cada vez. Es sencillo, pero ignora las correlaciones entre variables.
- *Análisis de escenarios*: combina los supuestos en escenarios coherentes, optimista, central y pesimista.
- *Simulación de Monte Carlo*: asigna distribuciones de probabilidad a las variables y obtiene la distribución completa del VAN.
- *Árboles de decisión*: representan decisiones secuenciales y nudos de azar y valoran la flexibilidad de la dirección, de donde nace el enfoque de las opciones reales.

2.4. Flexibilidad y opciones reales

Origen: Stewart Myers (1977) acuñó el término *opciones reales* para el valor de la flexibilidad, y Dixit y Pindyck (1994) desarrollaron su formalización.

Idea: los criterios anteriores suponen que el desembolso es reversible o que la decisión es de ahora o nunca, y que la dirección es pasiva una vez ejecutado el proyecto. Si no es así, el VAN infravalora sistemáticamente el proyecto, porque ignora el valor de la flexibilidad.

2.4.1. Principales ideas

Razonamiento: una oportunidad de inversión es una opción de compra sobre los flujos futuros del proyecto, con el desembolso como precio de ejercicio. De ahí dos consecuencias. El valor de la opción crece con la incertidumbre, de modo que más volatilidad puede elevar el valor del proyecto. Y ejercerla destruye su valor de espera, de modo que solo se invierte si el VAN supera el valor de esperar:

$$\text{VAN}_{\text{ampliado}} = \text{VAN}_{\text{tradicional}} + \text{valor de las opciones reales}$$

Tipos: se distinguen cinco opciones reales.

1. *Diferir*: esperar a que se resuelva la incertidumbre es la opción más relevante y explica que muchas empresas pospongan proyectos con VAN positivo.
2. *Ampliar o de crecimiento*: un proyecto modesto se justifica si da acceso a inversiones posteriores, como la entrada en un mercado nuevo o la I+D.
3. *Abandono*: liquidar el proyecto y recuperar su valor residual es una opción de venta que acota la pérdida máxima.
4. *Contraer o escalonar*: reducir la escala si las condiciones empeoran, o fraccionar la inversión en etapas condicionadas, *time-to-build*, como en la industria farmacéutica o la exploración de recursos naturales.

5. *Intercambio*: alternar insumos, productos o localizaciones vale cuando sus precios relativos son volátiles.

2.4.2. El valor de esperar

Idea: McDonald y Siegel (1986) calcularon el momento óptimo de una inversión irreversible cuyo valor sigue un proceso estocástico, y Dixit y Pindyck (1994) divulgaron la intuición con un ejemplo binomial. Si la inversión es irreversible y aplazable, invertir hoy se compara con la mejor estrategia de espera, no con no invertir nunca.

Ejemplo: una fábrica cuesta 1600 € y produce una unidad al año a perpetuidad. El precio, hoy de 200 €, subirá a 300 € o bajará a 100 € dentro de un año, con igual probabilidad, y el tipo de interés es del 10 %. Invertir hoy da un VAN de 600 €. Esperar e invertir solo si el precio sube da un VAN esperado de unos 773 €. La opción de esperar vale unos 173 €, aunque invertir hoy tenga VAN positivo.

Umbral: en tiempo continuo, si el valor actual de los flujos sigue un movimiento browniano geométrico con volatilidad σ, la empresa invierte cuando:

$$\text{VA} \geq \text{VA}^* = \frac{\varphi}{\varphi - 1} A_0 > A_0$$

- El parámetro $\varphi > 1$ depende del tipo sin riesgo, de la rentabilidad que se pierde durante la espera y de σ, y disminuye con ella, de modo que el multiplicador crece con la incertidumbre.
- Sin incertidumbre ni crecimiento esperado del valor, φ tiende a infinito y se recupera la regla del VAN, $\text{VA}^* = A_0$. Con parámetros razonables, puede ser óptimo esperar hasta que el valor del proyecto duplique su coste.

2.4.3. Conclusiones

Aspectos positivos: reconcilia la teoría con la conducta empresarial observada y da un marco riguroso para valorar la irreversibilidad y la flexibilidad, sobre todo en la investigación, la industria extractiva y con incertidumbre regulatoria.

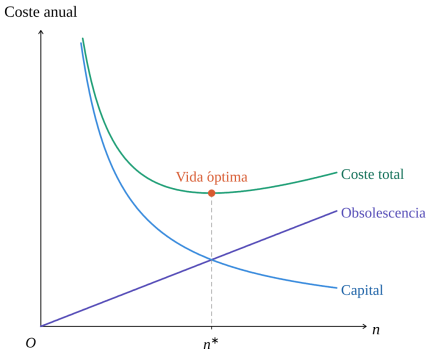
Limitaciones: los modelos de opciones presuponen un subyacente negociado y una volatilidad observable, que rara vez se dan en un proyecto real, y el enfoque puede justificar cualquier proyecto atribuyendo valor a opciones difíciles de verificar.

2.5. Otros criterios

2.5.1. Según la liquidez del activo

Activo no corriente: el problema es la vida óptima o económica del equipo, que maximiza el VAN, frente a su vida útil o técnica.

- Sin progreso técnico, la vida óptima minimiza el coste medio anual equivalente, y procede renovar cuando mantener el equipo un año más cuesta más que el coste medio de uno nuevo.
- Con progreso técnico, la obsolescencia adelanta la renovación, y el método MAPI (Terborgh, 1949) fija la vida óptima en el mínimo del coste total anualizado, suma de las cargas de obsolescencia, crecientes, y de las de capital, decrecientes.



Vida óptima de un equipo (método MAPI): el mínimo del coste total fija n^*.

Activo corriente: se aplica la lógica de los inventarios. En existencias, el lote económico de Harris-Wilson (Harris, 1913; Wilson, 1934) minimiza la suma del coste de emitir pedidos y del de almacenamiento, con K el coste por pedido, D la demanda y h el coste unitario de almacenamiento. En tesorería, el modelo de Baumol-Tobin (Baumol, 1952; Tobin, 1956) trata el dinero como un inventario y arbitra entre el coste de conversión, bY/M, y el de oportunidad, $iM/2$:

$$x^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}}, \qquad M^* = \sqrt{\frac{2bY}{i}}$$

De ahí unas elasticidades de la demanda de dinero de 0,5 respecto a la renta, que revela economías de escala en la tesorería, y de −0,5 respecto al tipo de interés.

2.5.2. Inversiones públicas

Análisis coste-beneficio: computa los costes y beneficios sociales, no solo los financieros, a precios sombra que corrigen las distorsiones del mercado, con las externalidades y la disposición a pagar, y los descuenta a una tasa social de descuento. El proyecto se acepta si su VAN social es positivo. Lo completan el análisis coste-eficacia, cuando los beneficios son difíciles de monetizar, el análisis multicriterio y la evaluación de impacto.

En suma, el VAN prevalece por su coherencia con la maximización del valor. Con capital racionado debe superar además el coste de oportunidad de los fondos y, con irreversibilidad y posibilidad de esperar, un VAN positivo deja de bastar. Todos estos criterios dan por conocida la tasa de descuento, que procede de la teoría de carteras y del coste del capital.

3. Inversión financiera y coste del capital

De la inversión real se pasa a la financiera. La selección de carteras y la valoración de activos dan la rentabilidad exigida, y con ella el coste del capital.

3.1. Teoría de selección de carteras

3.1.1. Media-varianza (Markowitz, 1952)

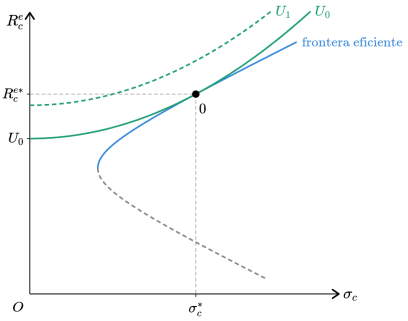
Idea: Markowitz formaliza cómo decide un inversor racional, que busca el mayor rendimiento esperado para un riesgo dado o el menor riesgo para un rendimiento dado. Su aportación decisiva es que el riesgo relevante de un título no es el suyo propio, sino su contribución al riesgo de la cartera.

Frontera eficiente: se obtiene maximizando el rendimiento esperado de la cartera para cada nivel de riesgo, $\bar{\sigma}_c^2$, medido por su varianza:

$$\max_{w_i} \; R_c^e = \sum w_i R_i^e \quad \text{s.a.:} \; \begin{cases} \sigma_c^2 = \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_{ij} = \bar{\sigma}_c^2 \\ \sum w_i = 1, \;\; w_i \geq 0 \end{cases}$$

- Con dos títulos y $\rho = 1$, el conjunto de carteras posibles es una recta, y la diversificación no reduce el riesgo.
- Con $\rho = -1$, es una cuña, y el riesgo puede eliminarse por completo.
- Entre ambos valores, es una curva cóncava, con ganancias parciales de diversificación.

Cartera óptima: es la tangencia entre la frontera eficiente y la curva de indiferencia más alta, y lo determinante para el riesgo es la covarianza de cada título con la cartera, no su varianza.



Cartera óptima en el modelo de Markowitz (1952).

Conclusiones: fundó la teoría moderna de carteras (Nobel de 1990) y dio rigor a la diversificación. Pero exige estimar $N(N-1)/2$ covarianzas, inestables, presupone normalidad o utilidad cuadrática y es un modelo estático de un periodo.

3.1.2. Carteras mixtas y CML (Tobin, 1958)

Idea: Tobin añadió un activo sin riesgo, el dinero, y Sharpe (1964) y Lintner (1965) admitieron prestar y endeudarse sin límite al tipo r_f. La cartera mixta se sitúa sobre la **CML** (*Capital Market Line*), cuya pendiente es la ratio de Sharpe de la cartera de mercado:

$$R_c^e = r_f + \frac{R_m^e - r_f}{\sigma_m} \sigma_c$$

Cartera de mercado: es la tangencia de la CML con la frontera eficiente, objetiva e idéntica para todos los inversores si sus expectativas son homogéneas.

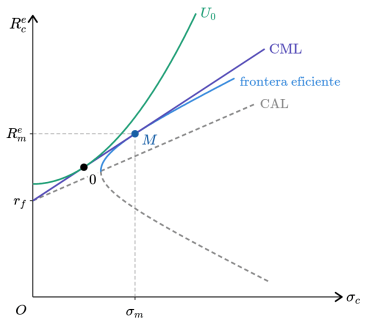
Teorema de la separación (Tobin): la decisión de inversión, elegir la cartera de mercado, es objetiva, mientras que la de financiación, repartir el presupuesto entre ella y el activo sin riesgo, es subjetiva. A la izquierda de la tangencia están las carteras prestamistas y a la derecha, las prestatarias.

Conclusiones: simplificó el problema y abrió el camino al CAPM, con el Nobel para Tobin en 1981, pero supone que se presta y se pide prestado al mismo tipo sin riesgo y hereda los supuestos de Markowitz.

3.2. Métodos de valoración de activos

3.2.1. Modelo de la diagonal (Sharpe, 1963)

Idea: Sharpe relaciona cada título con un índice común, $R_i = a_i + b_i I + \varepsilon_i$, y divide su riesgo total en **riesgo sistemático**, $b_i^2 \sigma_I^2$, no diversificable, y riesgo específico, $\sigma_{\varepsilon_i}^2$, que la diversificación elimina.



Carteras mixtas y CML.

Conclusiones: reduce los parámetros a estimar de $2N + N(N-1)/2$ a $3N + 2$, de 80.600 a 1202 para 400 activos. Es el antecedente directo de la beta del CAPM, pero ignora las correlaciones que no recoge el índice y supone errores incorrelacionados entre sí.

3.2.2. CAPM

Origen: lo desarrollaron de forma independiente Treynor (1962), Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), y generaliza la relación riesgo-rentabilidad a cualquier activo, eficiente o no, en un mercado en equilibrio.

SML: la *Security Market Line* remunera solo el riesgo sistemático, porque el específico se elimina diversificando:

$$R_i^e = r_f + \beta_i (R_m^e - r_f), \qquad \beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

- Un activo es defensivo si $0 < \beta < 1$, neutro si $\beta = 1$ y agresivo si $\beta > 1$. Por encima de la SML está infravalorado, y procede comprar; por debajo, sobrevalorado, y procede vender.
- A diferencia de la CML, que usa el riesgo total y solo vale para carteras eficientes, la SML usa la beta y vale para cualquier activo.

Conclusiones: es la piedra angular de las finanzas modernas, porque reduce el riesgo remunerado a una única magnitud, la beta, y es la base del coste de los fondos propios. Pero sus supuestos son muy restrictivos, la cartera de mercado es inobservable, según la crítica de Roll (1977), y las anomalías de tamaño y valor llevaron a los modelos multifactoriales de Fama y French.

3.2.3. APT (Ross, 1976)

Idea: Ross deriva la valoración de la ausencia de arbitraje, sin cartera de mercado ni optimización media-varianza. La rentabilidad depende de varias betas asociadas a factores de riesgo, como la actividad industrial, el tipo de interés real o la inflación, cada uno con su prima λ_j:

$$R_i^e = r_f + \sum_j \lambda_j \beta_{ij}$$

Conclusiones: el CAPM es el caso de un solo factor. La APT es más general y descansa en un supuesto más débil y robusto, pero no dice cuántos ni cuáles son los factores, lo que llevó a los modelos de factores explícitos, como Fama-French o el *momentum* de Carhart.

3.2.4. Medidas de rendimiento

Definición: evalúan los resultados de una cartera ajustados por el riesgo.

- Ratio de Sharpe, $(R_c^e - r_f)/\sigma_c$: prima por unidad de riesgo total.
- Ratio de Treynor, $(R_c^e - r_f)/\beta_c$: prima por unidad de riesgo sistemático.
- *Alfa de Jensen*: exceso de rentabilidad sobre lo que predice el CAPM, $R_c^e - [r_f + \beta_c(R_m^e - r_f)]$.
- *VaR*: es una medida de riesgo, no de rendimiento, la pérdida que no se superará con un nivel de confianza dado en un horizonte determinado, popularizada por JP Morgan en 1994.

3.3. Coste del capital

La tasa de descuento de los criterios es el coste del capital: el coste de cada fuente y su media ponderada.

3.3.1. Coste del capital ajeno

Definición: el **coste de la deuda**, k_a, es la tasa que iguala los fondos recibidos con el valor actual del servicio de la deuda. También se estima como $r_f + \rho_d$, con la prima de la deuda tomada de los bonos corporativos, las permutas de incumplimiento crediticio o los diferenciales de las agencias de calificación. Ese coste se corrige por dos efectos: el de los impuestos, porque el escudo fiscal lo reduce a $k_a^{\text{ef}} = k_a(1 - t_{\text{IS}})$, y el de la inflación, que, combinado con el anterior, lo deja en términos reales en $[k_a(1 - t_{\text{IS}}) - \pi]/(1 + \pi)$.

3.3.2. Coste del capital propio

Definición: el **coste del capital propio**, k_p, es un coste de oportunidad implícito. Se estima con el modelo de Gordon-Shapiro, $k_p = \text{DIV}_1/P_0 + g_D$, con dividendos que crecen a una tasa constante g_D, o con el CAPM, $k_p = r_f + \beta_i(R_m^e - r_f)$.

3.3.3. Coste medio ponderado del capital

Definición: el **WACC** pondera ambas fuentes por su peso a valor de mercado, con el coste efectivo de la deuda si hay impuesto sobre sociedades:

$$\text{WACC} = k_a \frac{D_f}{D_f + E} + k_p \frac{E}{D_f + E}$$

Minimizarlo equivale a hallar la estructura óptima del capital, L^*, que maximiza el valor de la empresa.