B23. Análisis de los instrumentos financieros de renta variable. Análisis fundamental. Teoría de la elección de cartera. El modelo de valoración de los activos de capital (CAPM). La teoría de valoración de activos por arbitraje (APT). Análisis técnico

1. Fundamentos del análisis de renta variable

El análisis empieza por el título aislado: el instrumento, el mercado en que se negocia y la hipótesis de eficiencia, y después los dos métodos que la práctica emplea para decidir qué comprar y cuándo.

1.1. Conceptos básicos

1.1.1. Las acciones

Definición: una **acción** es una parte alícuota del capital social de una empresa que confiere la condición de socio. Da derechos económicos, como el dividendo, la suscripción preferente y la cuota de liquidación, y políticos, como el voto en la junta general y la información.

Su rasgo definitorio frente a la renta fija es que la retribución no está pactada. El accionista es **acreedor residual**, pues cobra después de proveedores, trabajadores, acreedores financieros y Hacienda, y de ahí proceden su mayor riesgo y su mayor rendimiento esperado. Además, la acción no tiene vencimiento.

Tipos: ordinarias, la modalidad general; preferentes, con un dividendo preferente o prioridad en la liquidación, a menudo a cambio del voto; sin voto, con un dividendo mínimo anual, y rescatables.

Operaciones sobre el capital: tres afectan directamente a su valoración.

- *Ampliación de capital*: diluye al accionista existente, que se compensa con el derecho de suscripción preferente.
- Desdoblamiento (*split*): divide el nominal en más títulos para mejorar la liquidez, sin alterar el capital.
- *Recompra de acciones propias*: alternativa al dividendo que eleva el beneficio por acción (BPA) si la rentabilidad por beneficio supera el coste después de impuestos de los fondos empleados.

Conclusiones: para la empresa, la acción aporta financiación permanente, que absorbe las pérdidas, y al inversor le da el beneficio residual y los derechos de socio. Pero el accionista soporta el mayor riesgo, y para la empresa los fondos propios son la financiación más cara, mientras las ampliaciones diluyen a los socios que no acuden.

1.1.2. La bolsa de valores

Definición: la **bolsa** es un mercado organizado que centraliza las ofertas y demandas de valores admitidos a cotización, con normas de acceso, contratación y supervisión. Cumple cuatro funciones:

1. *Liquidez*: concilia el horizonte largo de la empresa con el corto del ahorrador y reduce la rentabilidad exigida.
2. *Financiación*: canaliza el ahorro hacia la inversión productiva mediante la emisión de capital.
3. *Formación de precios*: el precio sintetiza las expectativas del conjunto de los agentes.
4. *Información y disciplina*: la transparencia reduce la asimetría informativa y la cotización controla a los administradores.

Tipos y funcionamiento: en el mercado primario la empresa capta recursos nuevos. En el secundario los títulos cambian de manos y, aunque no financia directamente a la empresa, es condición del primario, pues pocos inversores suscribirían una emisión sin poder deshacer la posición. La negociación puede estar dirigida por órdenes, que se casan por prioridad de precio y tiempo, como en Europa, o por precios, con creadores de mercado que cotizan precios de compra y venta y asumen la contrapartida. La horquilla entre ambos precios mide la liquidez del valor.

Conclusiones: al dar liquidez, abarata la financiación a largo plazo, y su precio sirve de referencia pública y disciplina a los administradores. Pero la cotización impone costes que pesan más en las empresas pequeñas, la liquidez es desigual y el precio puede alejarse largo tiempo del valor fundamental, como en las burbujas.

1.1.3. Mercados eficientes (Fama, 1970)

Idea: en un mercado **eficiente**, el precio incorpora al instante toda la información disponible, de modo que solo lo mueve la información nueva, imprevisible por definición, y los precios siguen en primera aproximación un paseo aleatorio. En rigor basta con que los rendimientos anormales sean impredecibles, la propiedad de martingala.

Fama distingue tres **formas de eficiencia**, de menor a mayor exigencia.

- *Débil*: el precio recoge la serie histórica de precios y volúmenes, y el análisis técnico carece de valor.
- *Semifuerte*: recoge también toda la información pública, y el análisis fundamental tampoco bate al mercado de forma sistemática. Se contrasta con estudios de acontecimientos (*event studies*), y si el mercado es eficiente el precio se ajusta de inmediato a la noticia, sin rendimientos anormales después del anuncio.
- *Fuerte*: recoge incluso la información privilegiada. Esta forma es la menos respaldada, y su incumplimiento justifica la normativa sobre abuso de mercado.

Extensiones: la evidencia ha documentado anomalías, como el efecto tamaño (Banz, 1981), el efecto valor, el momento (Jegadeesh y Titman, 1993), los efectos de calendario y la reacción tardía a los resultados. Para la escuela eficiente son primas por riesgos omitidos, lectura que impulsó los modelos multifactoriales. Para las finanzas conductuales (Kahneman y Tversky; Shiller) reflejan sesgos de los inversores y límites al arbitraje, que impiden a los inversores racionales corregir las desviaciones, sobre todo por el riesgo de que se amplíen antes de revertir.

Limitaciones: la hipótesis solo se contrasta junto con un modelo que defina el rendimiento normal, el **problema de la hipótesis conjunta**, de modo que un rendimiento anormal puede indicar ineficiencia o un modelo mal especificado, sin que quepa distinguirlos. Las burbujas, difícilmente explicables por información nueva, son su objeción empírica más visible. Aun así, es el marco de referencia de toda la disciplina.

1.1.4. Gestión activa y pasiva

Gestión activa: supone que hay títulos mal valorados y busca batir al índice mediante la selección de valores (*stock picking*) o el *market timing*.

Gestión pasiva: replica un índice, física o sintéticamente, a través de fondos indexados y ETF.

Coste: es el argumento decisivo a favor de la pasiva. El conjunto de los inversores obtiene el rendimiento del mercado antes de costes, de modo que la gestión activa, considerada globalmente, ha de quedar por debajo del índice después de costes, resultado que Sharpe (1991) denominó **aritmética de la gestión activa**. La cuestión no es si algunos gestores baten al mercado, sino si lo hacen de forma persistente y compensando su coste.

Paradoja de la eficiencia (Grossman y Stiglitz, 1980): si toda la gestión fuese pasiva, nadie analizaría la información y el mercado perdería su eficiencia, con lo que la gestión activa volvería a ser rentable. Ambas son, así, complementarias, porque la gestión activa produce la eficiencia de la que se aprovecha la pasiva.

1.2. Análisis fundamental

Idea: el **análisis fundamental** supone, a lo sumo, eficiencia débil y estima el **valor intrínseco**, el que resulta de los fundamentos económicos de la empresa, para compararlo con la cotización. Si el valor intrínseco supera a la cotización, el título está infravalorado y procede comprarlo, y en caso contrario, venderlo. Su desarrollo puede ser descendente (*top-down*), de lo macroeconómico a lo sectorial y a la empresa, o ascendente (*bottom-up*), desde la compañía.

1.2.1. Métodos estáticos o patrimoniales

Valor contable: el patrimonio neto por acción, $P_0 = \mathrm{PN}/n_a$. Es sencillo y objetivo, pero depende del coste histórico e ignora las expectativas y los intangibles no registrados.

Valor contable ajustado: corrige el patrimonio neto con las plusvalías y minusvalías latentes, a precios de mercado. Supera el coste histórico, pero sigue sin recoger los intangibles ni la renta futura, y el valor de mercado de muchos activos no es observable.

Valor de liquidación: lo que obtendrían los accionistas si la empresa vendiera sus activos y pagara sus deudas. Fija un suelo a la valoración y es la referencia en las empresas en crisis, pero ignora el valor de la empresa en marcha.

1.2.2. Métodos dinámicos o de descuento

Descuento de dividendos: el valor de la acción es el valor actual de los dividendos esperados, descontados a la rentabilidad exigida por el accionista, k_p, estimada habitualmente con el CAPM:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\mathrm{DIV}_t}{(1+k_p)^t}$$

Gordon y Shapiro (1956): si los dividendos crecen a una tasa constante $g_D < k_p$, la serie converge:

$$P_0 = \frac{\mathrm{DIV}_1}{k_p - g_D}$$

- Con la tasa de crecimiento sostenible, $g_D = b \cdot \mathrm{ROE}$, donde b es la tasa de retención, el precio es $P_0 = (1-b)\,\mathrm{BPA}_1/(k_p - b\cdot\mathrm{ROE})$. Crece con la retención si $\mathrm{ROE} > k_p$, porque la empresa reinvierte a una rentabilidad superior a la que exige el accionista, no varía si son iguales y decrece si $\mathrm{ROE} < k_p$, porque la reinversión destruye valor.
- Es útil para empresas maduras, pero no se aplica si $g_D \geq k_p$ y es muy sensible a g_D.

Flujos de caja libres (DCF): proyecta los flujos de cinco a diez años, añade un valor residual, calculado por lo general como una perpetuidad de tipo Gordon, y descuenta ambos al coste medio ponderado del capital (WACC), que pondera a valores de mercado el coste de los fondos propios, estimado con el CAPM, y el de la deuda después de impuestos. Restando la deuda financiera neta se obtiene el valor de los fondos propios. Este método es el más robusto, porque valora la capacidad de

generar caja, menos manipulable que el beneficio contable, pero las proyecciones son subjetivas y el valor residual suele concentrar más de la mitad del valor.

1.2.3. Métodos comparativos o por múltiplos

PER: relaciona el precio con el BPA. A partir de Gordon, PER $= (1-b)/(k_p - g_D)$, de modo que un PER alto puede reflejar crecimiento esperado o menor rentabilidad exigida, y no necesariamente sobrevaloración. No tiene sentido con pérdidas, y su denominador varía con el endeudamiento y las normas contables.

Otros múltiplos: el precio sobre valor contable, el EV/EBITDA y la rentabilidad por dividendo. Son rápidos y se anclan en precios observados, pero la muestra es discrecional y trasladan los errores de valoración del sector.

Conclusiones: en la práctica se combinan: el DCF da la referencia, los múltiplos el contraste y la liquidación el suelo. El análisis fundamental obliga a explicitar las hipótesis, pero su resultado es muy sensible a las tasas de descuento y de crecimiento, y no dice cuándo convergerá el precio.

1.3. Análisis técnico

Idea: frente al fundamental, el **análisis técnico** sostiene que el precio ya es un buen indicador del valor y que su comportamiento pasado permite anticipar el futuro.

1.3.1. Principios (Dow, 1900-1902)

Origen: Dow expuso sus ideas en editoriales del *Wall Street Journal*, sin presentarlas como un sistema. Hamilton (1922) las aplicó a la previsión y Rhea (1932) las ordenó.

Idea: los índices resumen la información de todos los que operan y se mueven por tendencias reconocibles. Quien identifica la tendencia primaria anticipa la dirección del mercado, que Hamilton veía como barómetro de la economía.

Razonamiento: el mercado lo descuenta todo; los precios siguen tendencias, primaria, secundaria y terciaria, que se confirman si las siguen los dos índices, el industrial y el ferroviario, y el volumen, y la historia se repite, premisa que añade la sistematización moderna (Murphy, 1999).

Conclusiones: es el punto de partida del análisis técnico, y Brown, Goetzmann y Kumar (1998) hallan en las señales de Hamilton de 1902 a 1929 ratios de Sharpe elevadas y alfas positivas. Pero las reglas no precisan cuándo empieza o acaba una tendencia, la doble confirmación retrasa las señales y Cowles (1933) concluyó que seguir a Hamilton rendía menos que mantener el índice.

1.3.2. Herramientas

Herramientas: se agrupan en tres familias.

1. *Patrones gráficos (chartismo)*: figuras de cambio de tendencia, como el hombro-cabeza-hombro, o de continuación, como los triángulos, y soportes y resistencias, cuya rotura anticipa el movimiento.
2. *Indicadores seguidores de tendencia*: medias móviles y MACD, fiables pero lentos.
3. *Osciladores*: el RSI (Wilder, 1978), que señala sobrecompra por encima de 70 y sobreventa por debajo de 30, o el estocástico. Se adelantan a los giros y sirven en mercados laterales, pero dan muchas señales falsas.

Conclusiones: da señales de *timing* a corto plazo e impone disciplina sin exigir estimar el valor intrínseco. Pero su interpretación es subjetiva, carece de fundamento teórico, su eficacia puede deberse a la autorrealización de las expectativas, sus señales rara vez sobreviven a los costes y contradice incluso la eficiencia débil.

En suma, el fundamental dice qué comprar y el técnico cuándo, y la práctica los combina. Pero el técnico exige que falle la eficiencia débil y el fundamental la semifuerte, y la evidencia favorece más a la eficiencia.

2. Teoría de la selección de carteras

La **teoría de carteras** desplaza el foco del título aislado a la combinación óptima de varios. Hasta mediados del siglo XX, la selección atendía solo al rendimiento esperado, como en Graham y Dodd (1934) y Williams (1938), y la cartera se limitaba a acumular los mejores títulos. Pero si solo importara el rendimiento esperado, el inversor lo concentraría todo en un título, en contra de la diversificación observada. Markowitz (1952) incorporó el riesgo como segunda dimensión, Tobin (1958) añadió el activo sin riesgo y Sharpe (1963) lo hizo operativo.

2.1. Markowitz (1952): media-varianza

Idea: el riesgo relevante de un activo no es su variabilidad aislada, sino su contribución al riesgo de la cartera a través de las covarianzas. Esta noción del riesgo es el fundamento analítico de la diversificación, y su obra valió a Markowitz el Nobel en 1990.

2.1.1. Supuestos

Entorno: sin fricciones, con activos divisibles y un único periodo. Solo hay activos con riesgo, con rendimientos esperados, varianzas y covarianzas, $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$, conocidos.

Agentes: el inversor es racional y averso al riesgo y evalúa las carteras solo por la media y la varianza, lo que se justifica con rendimientos normales o utilidad cuadrática.

Restricciones: una cartera reparte la riqueza en proporciones w_i que suman uno, y un $w_i < 0$ es una venta en descubierto. Su rendimiento esperado es la media ponderada, $R_c^e = \sum_i w_i R_i^e$, pero su riesgo no lo es, porque incorpora las covarianzas. Con dos activos:

$$\sigma_c^2 = w^2\sigma_1^2 + (1-w)^2\sigma_2^2 + 2w(1-w)\,\rho_{12}\,\sigma_1\sigma_2$$

- Con $\rho_{12} = 1$, el riesgo es la media ponderada de los riesgos y diversificar no aporta nada.
- Con $\rho_{12} < 1$ y sin ventas en descubierto, el riesgo es menor y aparece la ganancia de diversificación, mayor cuanto menor es la correlación.
- Con $\rho_{12} = -1$, existe una combinación que anula el riesgo.

2.1.2. Modelo

Planteamiento: combina una restricción, las oportunidades, y un objetivo, las preferencias, en dos etapas, porque la restricción resulta a su vez de un programa de optimización.

Etapa técnica: para cada rendimiento objetivo, el inversor busca la cartera de mínima varianza:

$$\min_{\mathbf{w}} \ \sigma_c^2 = \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_{ij} \quad \text{s.a.:} \begin{cases} \sum_i w_i R_i^e = \bar{R}_c^e \\ \sum_i w_i = 1 \end{cases}$$

- Así se obtiene la frontera de mínima varianza, cuyo tramo superior, desde la cartera de mínima varianza global, es la **frontera eficiente**: ninguna cartera da más rendimiento con igual riesgo. Depende solo de los datos y es común a todos los inversores.
- En el plano desviación típica-rendimiento, la frontera de mínima varianza es una hipérbola si se admiten ventas en descubierto, y se abomba más hacia la izquierda cuanto menores son las correlaciones.

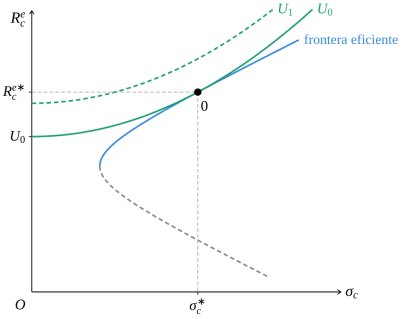
Etapa subjetiva: con utilidad cuadrática o rendimientos normales, la utilidad esperada solo depende de la media y la varianza. El inversor maximiza así el criterio media-varianza sobre la frontera, donde A es la aversión relativa al riesgo y U, el **equivalente cierto**, el rendimiento seguro que da la misma utilidad que la cartera:

$$\max_{\sigma_c,\, R_c^e} \ U = R_c^e - \frac{A}{2}\sigma_c^2 \quad \text{s.a.:} \quad R_c^e = f(\sigma_c)$$

- Las curvas de indiferencia son parábolas crecientes, porque el riesgo es un mal, y convexas, con pendiente $A\sigma_c$, más inclinadas cuanto mayor es la aversión.

CPO: tangencia entre la frontera y la curva de indiferencia más alta, $A\sigma_c = f'(\sigma_c)$, es decir, la prima por riesgo que exige el inversor iguala la que ofrece el mercado. Como U es cóncava y el tramo eficiente también, la tangencia es un máximo.

Solución: los más aversos eligen carteras cercanas a la de mínima varianza global, y los más tolerantes, del tramo alto. Las preferencias eligen tanto la cantidad de riesgo como la composición de la cartera.



Óptimo de Markowitz: tangencia de la frontera eficiente con la curva de indiferencia más alta alcanzable.

Conclusiones: fundamenta con rigor la diversificación y es la base de toda la teoría posterior. Pero exige $n(n-1)/2$ covarianzas, es muy sensible a los parámetros estimados y supone distribuciones que la evidencia desmiente, con asimetría y colas anchas.

2.2. Tobin (1958): CML y separación

Idea: Tobin (1958) añade a Markowitz un activo sin riesgo, y Sharpe (1964) y Lintner (1965), la posibilidad de prestar y endeudarse sin límite al mismo tipo, r_f. Con él, todos los inversores eligen la misma cartera arriesgada y solo difieren en cuánto le dedican.

2.2.1. Supuestos

Restricciones: con una proporción w en una cartera arriesgada P y el resto en el activo seguro, $R_c^e = (1-w)\,r_f + w\,R_P^e$ y $\sigma_c = w\,\sigma_P$, porque el activo seguro no tiene varianza ni covarianza, y $w > 1$ indica endeudamiento.

2.2.2. Modelo

Planteamiento: conserva las dos etapas de Markowitz, pero la restricción pasa a ser una recta.

Etapa técnica: las combinaciones con P forman una recta desde r_f, la **línea de asignación de capital** (CAL), cuya pendiente, la prima por unidad de riesgo, es la ratio de Sharpe. Hay una CAL por cada cartera arriesgada, y el conjunto de oportunidades es el abanico de todas ellas. El inversor prefiere la de mayor pendiente, que da más rendimiento para cada riesgo, y la mejor alcanzable es la tangente a la frontera eficiente desde r_f. Su cartera de tangencia, M, es la de máxima ratio de Sharpe:

$$\max_P \frac{R^e_P - r_f}{\sigma_P} \quad \text{s.a.:} \quad P \in \text{frontera eficiente}$$

La CAL que pasa por M es la **recta del mercado de capitales** (CML):

$$R^e_c = r_f + \frac{R^e_m - r_f}{\sigma_m}\,\sigma_c$$

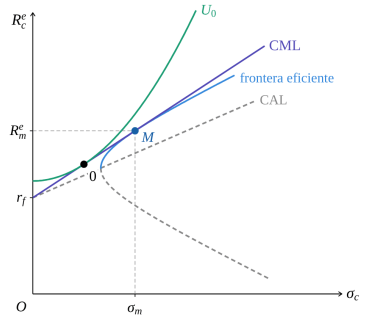
- La pendiente es el precio del riesgo, común a todos, y σ_c la cantidad de riesgo que elige cada uno. La CML domina a las demás CAL y a la frontera, salvo en M.

Etapa subjetiva: el inversor maximiza U sobre la CML. La CPO iguala la pendiente de su curva de indiferencia, $A\sigma_c$, con la de la CML, es decir, la compensación que exige con el precio de mercado del riesgo. Como el objetivo es estrictamente cóncavo y la restricción lineal, el óptimo es único, $\sigma^*_c = (R^e_m - r_f)/(A\,\sigma_m)$, y la proporción invertida en M decrece con la aversión:

$$w^* = \frac{R^e_m - r_f}{A\,\sigma^2_m}$$

- Las carteras prestamistas, con $w^* < 1$, combinan el activo seguro con M, mientras que las prestatarias, con $w^* > 1$, se endeudan para invertir en M más de lo que poseen.

Teorema de la separación: la decisión se descompone en dos independientes: qué cartera arriesgada mantener, M, técnica e igual para todos, y cuánto riesgo asumir, según la aversión. En Markowitz, en cambio, la aversión elegía también la composición de la cartera arriesgada.



Separación de Tobin: el inversor prestamista se sitúa en la CML entre r_f y la cartera M.

Conclusiones: separa la tarea del gestor de la del inversor final, pero el tipo de endeudamiento supera en la práctica al de préstamo, lo que quiebra la recta a la derecha de M.

2.3. Sharpe (1963): modelo de mercado

Idea: el número de covarianzas era el principal obstáculo práctico de Markowitz. Sharpe relaciona cada título con un único índice común en lugar de con todos los demás, de modo que basta estimar su sensibilidad a ese índice.

2.3.1. Supuestos

Entorno: el índice es la única fuente de covariación, con perturbaciones específicas de media nula e independientes entre sí y del índice.

2.3.2. Modelo

Planteamiento: el modelo de la diagonal expresa el rendimiento de cada título como función lineal del índice, $R_i = a_i + b_i I + \varepsilon_i$, donde a_i es la parte independiente del índice, b_i la sensibilidad y ε_i la perturbación específica. El **modelo de mercado** usa como índice el rendimiento de la cartera de mercado, en excesos sobre r_f, y su pendiente, estimada por MCO, es la **beta** del título:

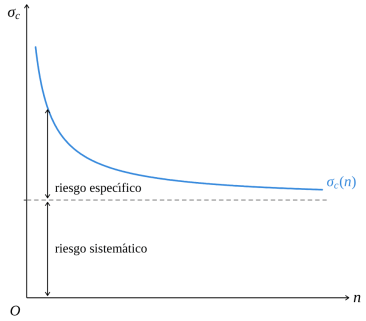
$$R_i - r_f = \alpha_i + \beta_i(R_m - r_f) + \varepsilon_i$$

- El término constante, α_i, es el exceso de rendimiento del título cuando el del mercado es nulo, y coincide con el alfa de Jensen.

Solución: de la independencia de las perturbaciones se siguen tres resultados. El primero es la **descomposición del riesgo** en sistemático, ligado al mercado, y específico, que se elimina al diversificar:

$$\sigma^2_i = \beta^2_i\,\sigma^2_m + \sigma^2_{\varepsilon_i}$$

- La proporción de la varianza que explica el riesgo sistemático es el R^2 de la regresión.
- Al crecer el número de títulos, el riesgo de la cartera decrece y tiende al nivel del riesgo sistemático, que no puede diversificarse.
- *Covarianzas y ahorro de parámetros*: las covarianzas se reducen a $\sigma_{ij} = \beta_i\beta_j\sigma^2_m$, y basta estimar $3n+2$ parámetros en lugar de $n(n-1)/2$ covarianzas. Con 500 títulos se pasa de cerca de 125.000 covarianzas a poco más de 1500 parámetros, un ahorro decisivo en la época.



Diversificación: el riesgo específico cae con el número de títulos y el sistemático permanece.

Conclusiones: hace operativo el modelo de Markowitz, permite estimar la beta e introduce la distinción entre riesgo sistemático y específico. Pero un único índice ignora la covariación sectorial, lo que llevó a los modelos multiíndice y a la APT.

En suma, la teoría de carteras pasa del título aislado a su covarianza con el resto, de donde salen la diversificación, el riesgo no diversificable y la separación. Pero es normativa y no dice qué rendimiento ha de ofrecer cada activo en equilibrio.

3. Modelos de valoración de activos

Los modelos de valoración determinan el rendimiento que cada activo debe ofrecer en equilibrio y pasan así de la decisión individual a los precios. Cierran el apartado las medidas de rendimiento ajustado al riesgo.

3.1. CAPM

Origen: el *modelo de valoración de activos de capital*, desarrollado de forma independiente por Treynor (1962), Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), es el primer modelo de equilibrio del mercado de capitales.

Idea: en equilibrio, el mercado solo remunera el riesgo que no puede diversificarse. El específico se evita sin coste y nadie cobra por soportarlo.

3.1.1. Supuestos

Entorno: mercados perfectos, sin impuestos ni costes de transacción, con inversores precio-aceptantes y un horizonte común.

Agentes: preferencias media-varianza con **expectativas homogéneas**, y endeudamiento ilimitado al tipo sin riesgo.

3.1.2. Modelo

Planteamiento: parte de Tobin y pasa del equilibrio individual al de mercado. Cada inversor reparte su riqueza entre el activo sin riesgo, w_f, y los n activos con riesgo, w_i, y maximiza el criterio media-varianza:

$$\mathcal{L} = w_f r_f + \sum_i w_i R^e_i - \frac{A}{2}\sum_i\sum_j w_i w_j \sigma_{ij} + \lambda\Big(1 - w_f - \sum_i w_i\Big)$$

CPO: respecto de w_f da $\lambda = r_f$, y respecto de cada w_i, con σ_{ic} la covarianza del activo con la cartera, da $R^e_i - r_f = A\,\sigma_{ic}$, es decir, cada activo con riesgo se mantiene hasta que su prima iguala el coste en utilidad del riesgo que añade a la cartera.

CSO: la hessiana, la matriz de covarianzas por $-A$, es definida negativa si ningún activo es combinación lineal de los demás, y con la restricción lineal el máximo es único.

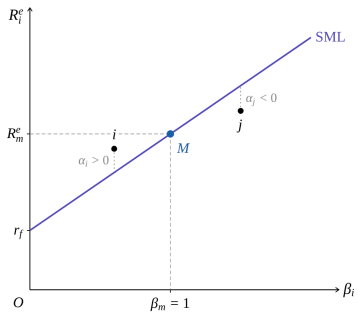
Solución: las posiciones con riesgo son proporcionales a $1/A$, de modo que la aversión las escala sin alterar su composición. Con expectativas homogéneas, todos mantienen la cartera tangente M y solo difieren en la proporción w que le dedican.

Equilibrio: como todos los activos deben estar en manos de alguien, M ha de ser la **cartera de mercado**, con todos los activos arriesgados ponderados por su capitalización, y la CML es la relación de equilibrio para las carteras eficientes. Con w en M, la CPO queda $R^e_i - r_f = A\,w\,\sigma_{im}$. Ponderada y sumada, $R^e_m - r_f = A\,w\,\sigma^2_m$, y el cociente de ambas da la **recta del mercado de títulos** (SML), válida para cualquier activo:

$$R^e_i = r_f + \beta_i\,(R^e_m - r_f), \qquad \beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma^2_m}$$

- $(R^e_m - r_f)$ es la prima de riesgo del mercado. Con $\beta = 1$ el título replica

al mercado; con $\beta > 1$ es agresivo; con $0 < \beta < 1$, defensivo, y con $\beta < 0$, de cobertura, un caso infrecuente.
– La CML relaciona el rendimiento con el riesgo total y solo vale para carteras eficientes, mientras que la SML lo relaciona con la beta y vale para cualquier activo o cartera, pues en equilibrio todos han de situarse sobre ella. Para una cartera eficiente, $\beta_c = \sigma_c/\sigma_m$, y ambas rectas le asignan el mismo rendimiento esperado.
– La SML da un criterio de selección. Un título por encima de ella ofrece más de lo que le corresponde por su beta, está infravalorado y conviene comprarlo. Uno por debajo está sobrevalorado. La distancia vertical es el alfa de Jensen, nula en equilibrio.



CAPM: la SML; el activo i ($\alpha_i > 0$) está infravalorado y el j ($\alpha_j < 0$), sobrevalorado.

Estática comparativa: en el agregado, con el activo sin riesgo en oferta neta nula, $w = 1$, la pendiente de la SML es la prima $A\,\sigma_m^2$ y su ordenada, r_f. Más aversión al riesgo o más varianza del mercado gira la SML hacia arriba sobre r_f, de modo que el rendimiento exigido a los activos con $\beta_i > 0$ sube más cuanto mayor es su beta, y su precio cae. Una subida de r_f con la prima constante la desplaza en paralelo y eleva por igual el rendimiento exigido a todos los activos.

Extensiones: el **CAPM de beta cero** (Black, 1972) sustituye r_f por el rendimiento de la cartera de beta cero, $R_z^e > r_f$, cuando no se puede tomar prestado al tipo sin riesgo, y predice una SML más plana. El CAPM intertemporal (Merton, 1973) añade betas respecto a las variables de estado de las oportunidades de inversión futuras, lo que da fundamento de equilibrio a los modelos multifactoriales, y el CAPM de consumo (Breeden, 1979) las reduce a la beta respecto al consumo.

Aspectos positivos: es elegante y operativo, y su principal aplicación es estimar el coste de los fondos propios en la valoración de empresas y en el WACC.

Limitaciones: sus supuestos son poco realistas. Por la **crítica de Roll** (1977), la verdadera cartera de mercado incluiría todos los activos con valor, como el capital humano, y es inobservable, por lo que al usar un índice bursátil se contrasta la eficiencia de ese índice y no el CAPM. Y la relación entre beta y rendimiento es más débil y plana de lo previsto, y el tamaño y el valor tienen capacidad explicativa adicional.

3.2. APT (Ross, 1976)

Idea: Ross funda la valoración en la **ausencia de arbitraje** y no en el equilibrio de la utilidad esperada. El rendimiento depende de la sensibilidad a varios factores de riesgo sistemático.

3.2.1. Supuestos

Entorno: rendimientos generados por un modelo factorial lineal, sin oportunidades de arbitraje, mercados competitivos y activos suficientes para diversificar el riesgo idiosincrásico.

3.2.2. Modelo

Planteamiento: en el proceso generador, el rendimiento es el esperado más las sorpresas en k factores, de media nula, ponderadas por las cargas factoriales β_{ij}, más una perturbación específica y diversificable:

$$R_i = R_i^e + \sum_{j=1}^{k} \beta_{ij}\, F_j + \varepsilon_i$$

– Los factores son sorpresas, como una inflación superior a la anticipada, y no la inflación en sí. La estructura generaliza el modelo de mercado de Sharpe, con k fuentes comunes de covariación en lugar de una.

En lugar del equilibrio, basta la condición de **no arbitraje**, es decir, no puede haber "máquinas de hacer dinero". Con muchos activos se construyen carteras de arbitraje, de inversión neta nula, porque las compras se financian con ventas en descubierto, y de riesgo nulo, porque se cancelan las sensibilidades a los factores y el riesgo específico se diversifica. Una cartera que no cuesta nada ni arriesga nada no puede rendir nada, porque si rindiera, los inversores la replicarían sin límite y los precios se ajustarían de inmediato.

Solución: imponer esa condición a todos los activos obliga a que los rendimientos esperados sean lineales en las sensibilidades, de forma exacta para las carteras bien diversificadas y aproximada para los títulos:

$$R_i^e = r_f + \sum_{j=1}^{k} \lambda_j\, \beta_{ij}$$

– r_f corresponde a una cartera con todas las sensibilidades nulas, y λ_j es la prima de riesgo del factor j, común a todos los títulos. La estructura es la de la SML con k precios y k cantidades, y el CAPM es el caso de un solo factor, el mercado.
– La diferencia de fundamento es profunda. La SML exige el equilibrio, y la APT solo que unos pocos arbitrajistas eliminen el beneficio sin riesgo, condición más débil y verosímil. Por eso no resuelve el programa de ningún inversor y carece de CPO y CSO.

Factores: macroeconómicos, como la producción industrial, la inflación no anticipada o las primas de riesgo crediticio (Chen et al., 1986), o empíricos, como los de Fama y French de tres factores (1993), que añaden al mercado el tamaño y el valor, y de cinco (2015), que incorporan la rentabilidad y la inversión, más el momento (Carhart, 1997).

Aspectos positivos: generaliza el CAPM con supuestos menos restrictivos y sin necesidad de la cartera de mercado, lo que sortea la crítica de Roll.

Limitaciones: no dice cuáles ni cuántos son los factores, lo que le resta contenido predictivo y la expone al sobreajuste. Con más de trescientos factores propuestos, muchos de los cuales no superan los contrastes fuera de muestra, Cochrane (2011) habló del *zoo de factores*.

3.3. Rendimiento ajustado al riesgo

Definición: una medida de rendimiento ajustado al riesgo relaciona la prima de una cartera, sobre el activo sin riesgo o sobre su índice de referencia, con el riesgo asumido, para comparar gestores con riesgos distintos.

Cálculo: las cuatro habituales difieren en la noción de riesgo.

– Ratio de Sharpe, $S_c = (R_c^e - r_f)/\sigma_c$: prima por unidad de riesgo total.
– Ratio de Treynor, $T_c = (R_c^e - r_f)/\beta_c$: prima por unidad de riesgo sistemático.
– Alfa de Jensen, $\alpha_c = R_c^e - [r_f + \beta_c(R_m^e - r_f)]$: rendimiento por encima del que asigna el CAPM.
– Ratio de información, $\mathrm{IR} = (R_c^e - R_b^e)/\sigma_{(R_c - R_b)}$: exceso sobre el índice de referencia, de rendimiento R_b, por unidad de riesgo de seguimiento (*tracking error*).

Interpretación: cuanto mayor es la medida, mejor es la gestión. La ratio de Sharpe conviene a carteras que son la inversión completa del sujeto, y la de Treynor, a carteras dentro de un conjunto ya diversificado. Un alfa positivo y significativo señala la habilidad del gestor, y la ratio de información es la habitual en la gestión activa.

Evidencia: una proporción muy elevada de los fondos de gestión activa no supera a su índice tras comisiones, y los que lo hacen rara vez repiten, lo que apunta al azar antes que a la habilidad. Este hallazgo, coherente con la hipótesis de eficiencia, es el fundamento empírico de la expansión de la gestión pasiva.

Conclusiones: resumen en una cifra el rendimiento y el riesgo con datos públicos. Pero la ratio de Treynor y el alfa dependen del CAPM y del índice elegido, y les alcanza la crítica de Roll. La desviación típica no recoge la asimetría ni las colas anchas, y todas usan rendimientos históricos.

En suma, los modelos de valoración completan la teoría de carteras al pasar de lo normativo a lo positivo. La evidencia y la crítica de Roll debilitan el modelo de un solo factor, y los multifactoriales resuelven parte del problema a costa de contenido predictivo. Aun así, el modelo de un factor domina la valoración de empresas, y los multifactoriales, la gestión de carteras.